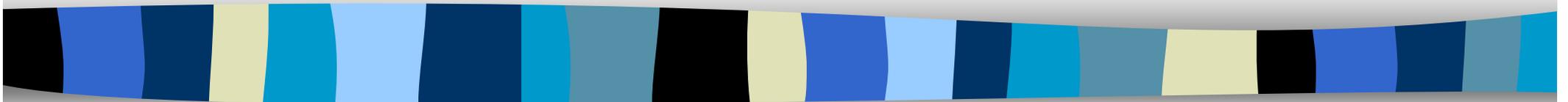
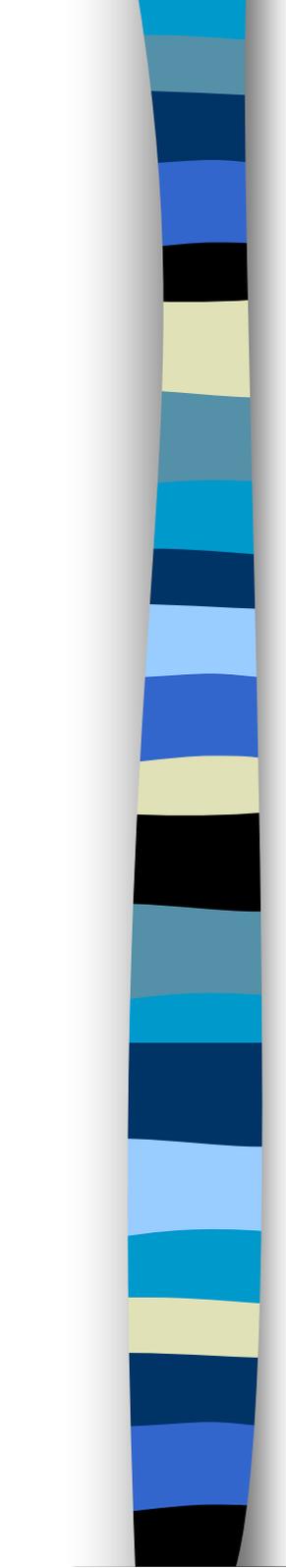
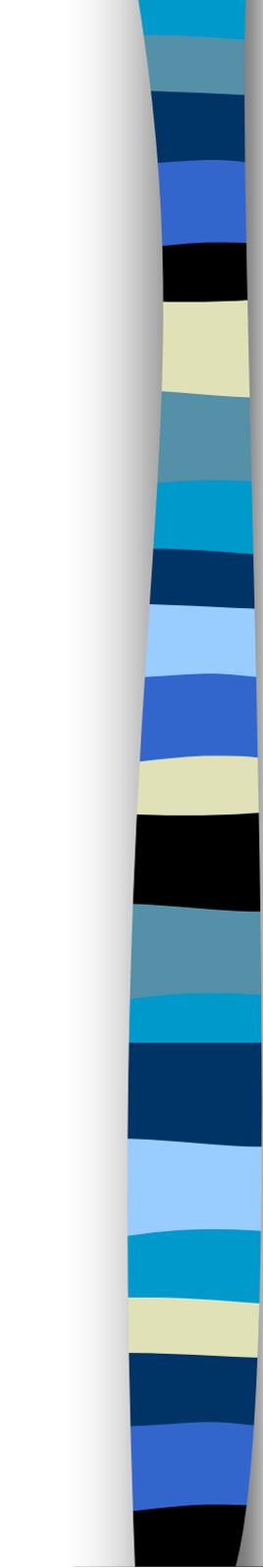


# Exemplo de uso da Análise de Variância na Fase de Análise do Ciclo PDCA para Melhorar Resultados

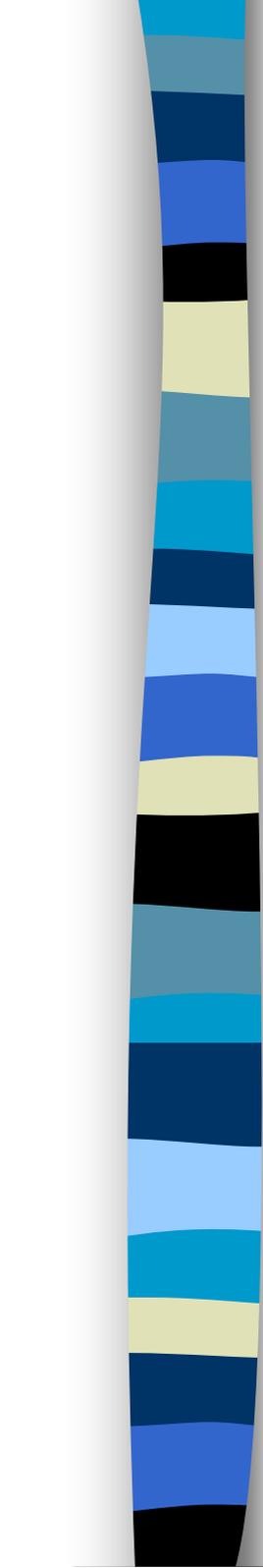




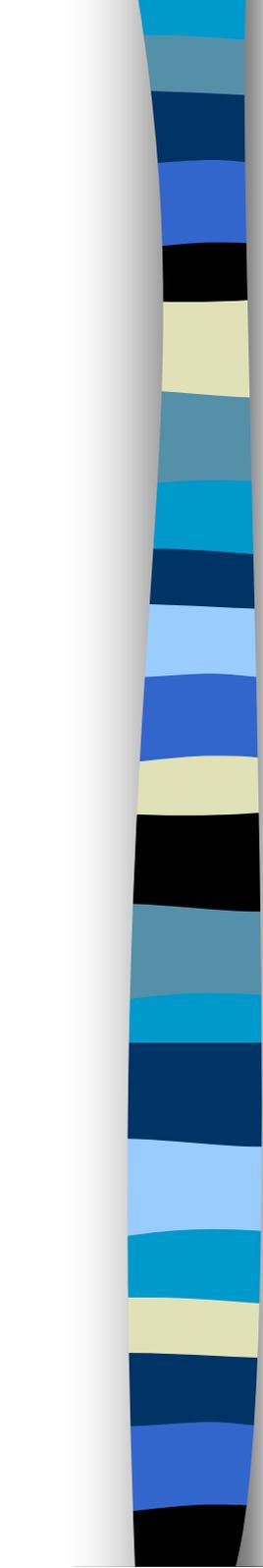
Uma indústria produz molas de aço, as quais têm a dureza como uma de suas principais características da qualidade, ou seja, a dureza corresponde a um dos itens de controle do processo de produção destas molas.



Nesta empresa, o *gerenciamento para manter* é realizado por meio do giro do Ciclo SDCA. Na fase de verificação do SDCA, o monitoramento da estabilidade do processo de produção das molas em relação ao item de controle *dureza* é feito por meio de gráficos de controle e R.

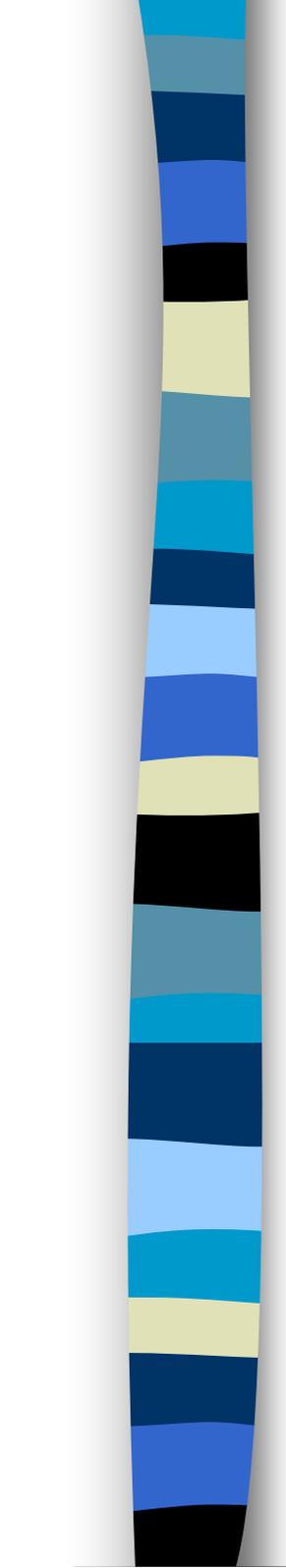


Neste monitoramento, a cada dia são retiradas, em intervalos de tempo regulares, seis amostras de molas produzidas pelo processo, sendo cada amostra de tamanho  $n = 4$ . A seguir, os valores obtidos para a dureza média e para a amplitude das medidas de dureza de cada amostra são representados nos gráficos de controle correspondentes.

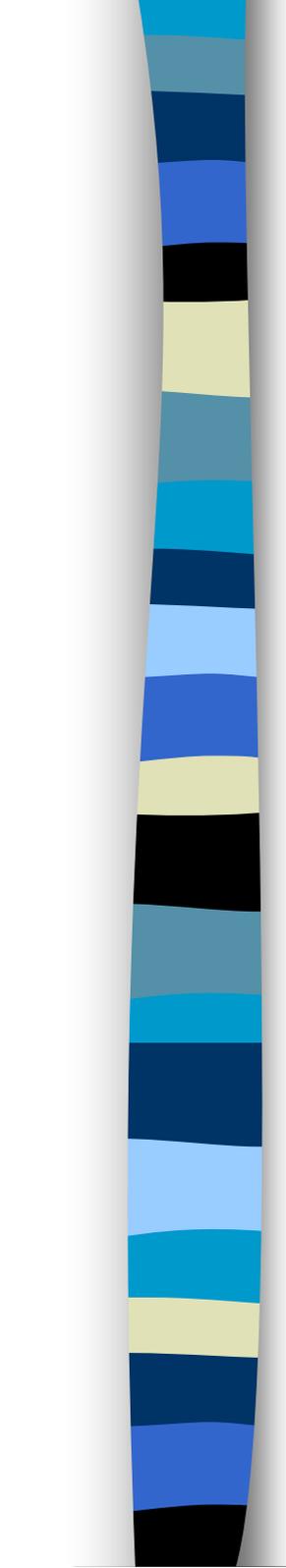


Ultimamente, o processo não vem se mostrando estável, tendo sido detectada a seguinte situação nos gráficos de controle e  $R$ :

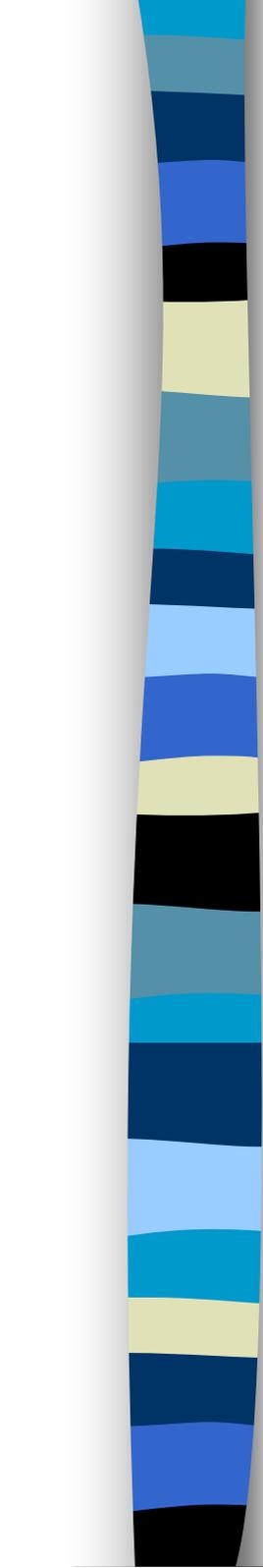
- O gráfico  $R$  vem indicando um processo sob controle em relação à variabilidade.
- No gráfico vem ocorrendo pontos acima do limite superior de controle ( $LSE$ ), indicando que o processo saiu do estado de controle estatístico devido à atuação de alguma causa de variação assinalável, que parece ter provocado um aumento da média do processo.



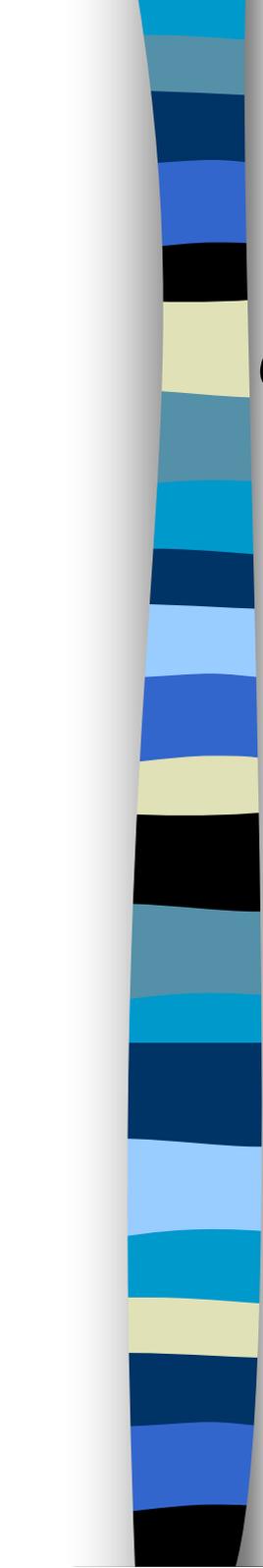
Esta situação deu origem a uma anomalia crônica cuja eliminação foi considerada prioritária pela empresa. Foi então iniciado o giro do Ciclo PDCA para melhorar resultados.



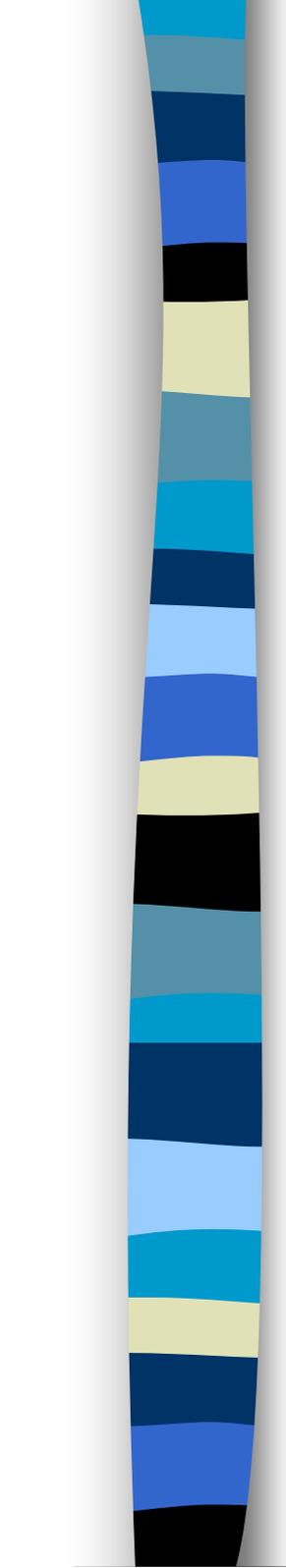
Note que o problema identificado na fase 1 da etapa de Planejamento do Ciclo PDCA foi gerado pela anomalia crônica prioritária identificada a partir do Ciclo SDCA: *falta de estabilidade do processo de produção das molas.*



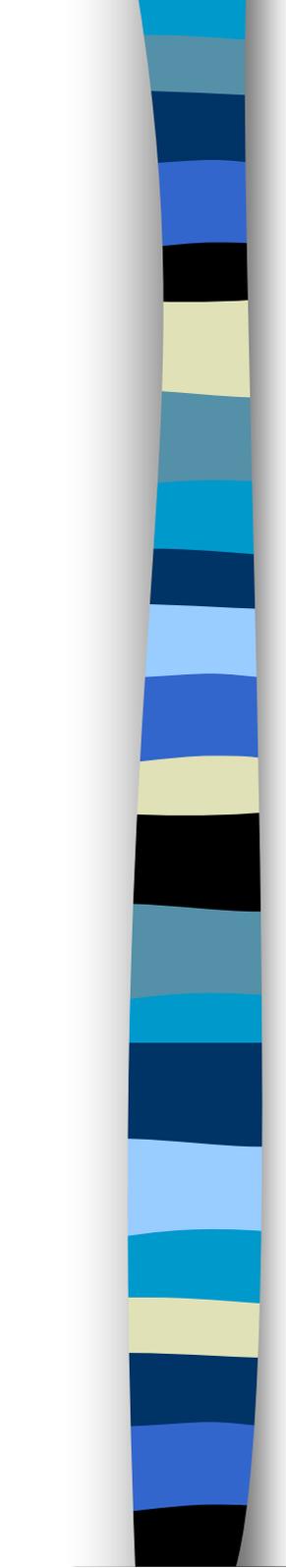
Na fase de **observação** do Ciclo PDCA, foi feita uma análise do fenômeno, que consistiu em investigar as características específicas do problema, sob vários pontos de vista, por meio de uma realização de estratificação.



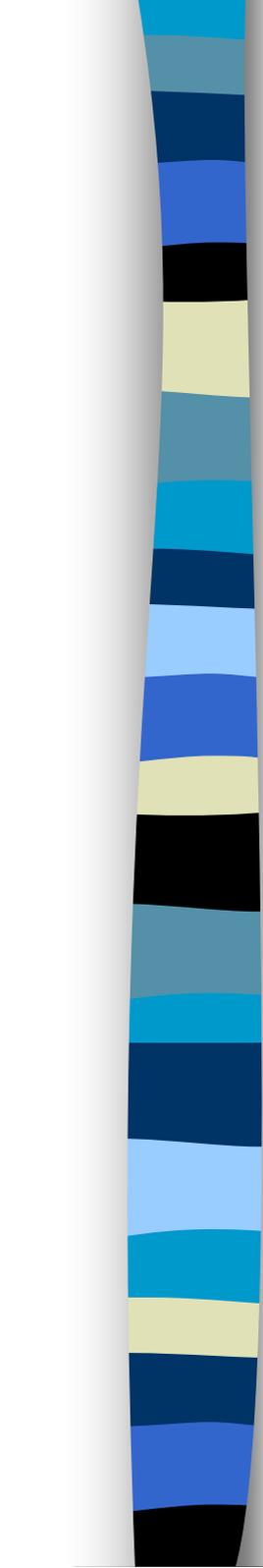
Como o aço utilizado para fabricar as molas era comprado de três diferentes fornecedores (A,B,C), a equipe da indústria decidiu estratificar os gráficos de controle  $\bar{X}$  e R por fornecedor de aço.



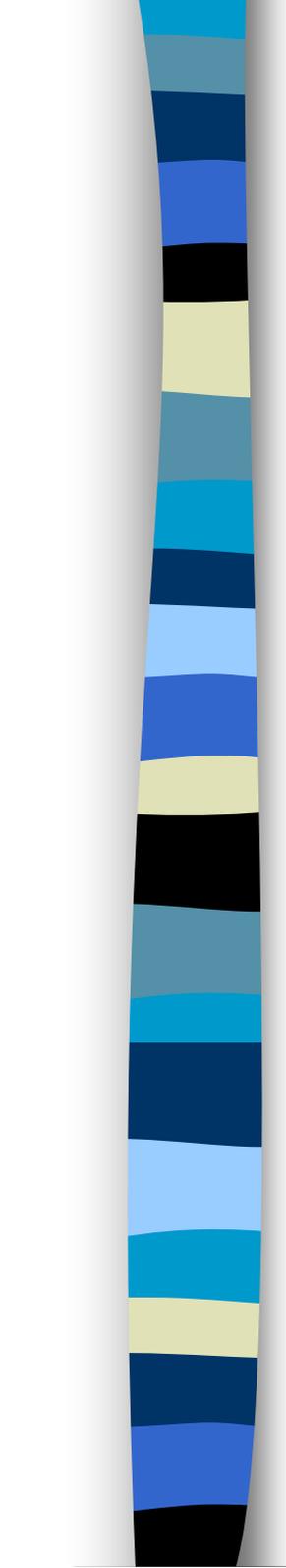
No entanto , não era possível estratificar os pontos já lançados nos gráficos de controle, porque a indústria não era capaz de identificar, para cada amostra de molas extraída para a construção dos gráficos, qual era o fornecedor do aço que havia sido utilizado como matéria-prima.



Em vista desta situação, a equipe da indústria decidiu que , no dia seguinte (quarta-feira), o instante em que o aço de cada fornecedor passasse a ser utilizado na produção, seria registrado pelo sistema de controle do estoque de matéria prima da empresa.



A partir do registro destes instantes, seria possível identificar, para este dia, o fornecedor de aço utilizado para produzir as amostras de molas cujos valores de  $\bar{x}$  e R seriam lançados nos gráficos de controle.

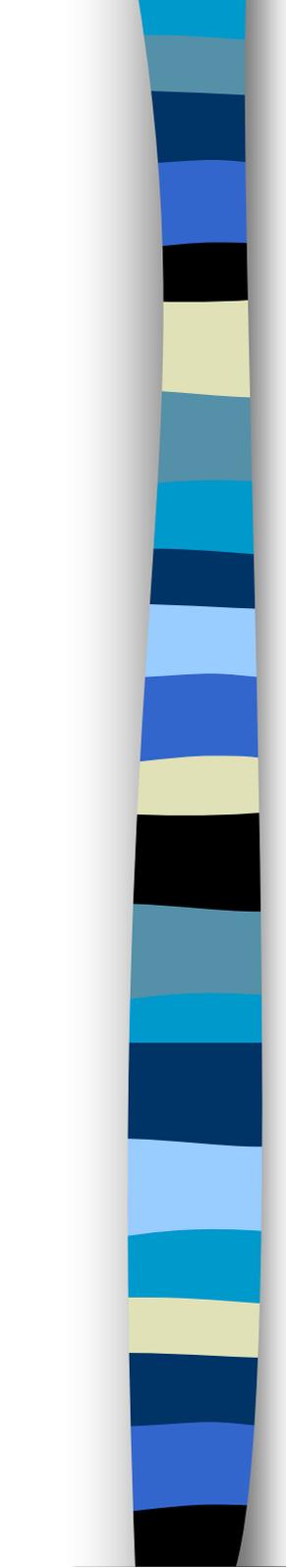


Adotando este procedimento, a equipe de trabalho da empresa coletou os dados apresentados na Tabela 1. Os gráficos de controle  $\bar{x}$  e R para a dureza das molas produzidas naquela semana, até a quarta-feira, são mostradas na Figura 1.

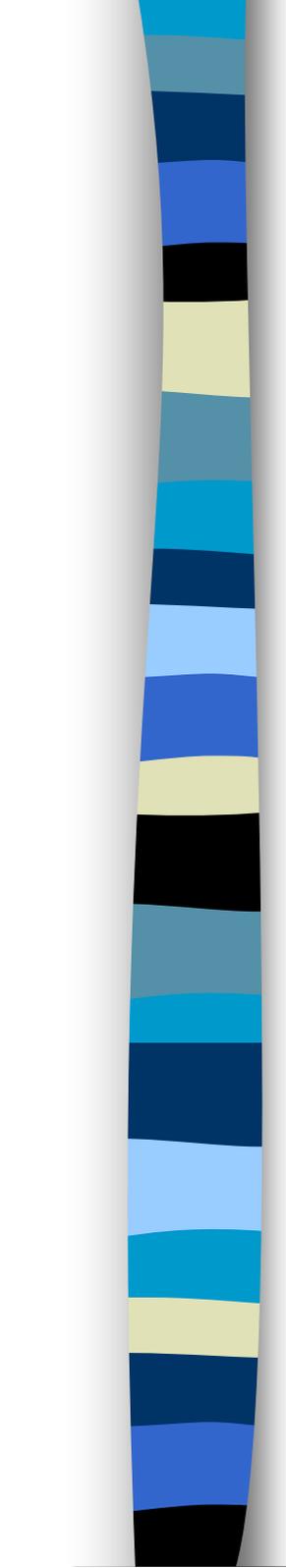
Tabela 1: Medidas de Dureza das Amostras de Molas Retiradas do Processo na quarta-feira.

Fornecedor de					
Aço	Subgrupo	Medidas de Dureza (HB) <sup>1</sup>			
A	13	421,4	414,0	410,6	437,1
C	14	381,2	413,9	415,6	391,3
C	15	385,4	383,9	372,3	374,9
B	16	434,3	387,0	406,2	405,2
B	17	384,1	408,0	404,3	416,1
A	18	448,2	402,7	428,9	420,3

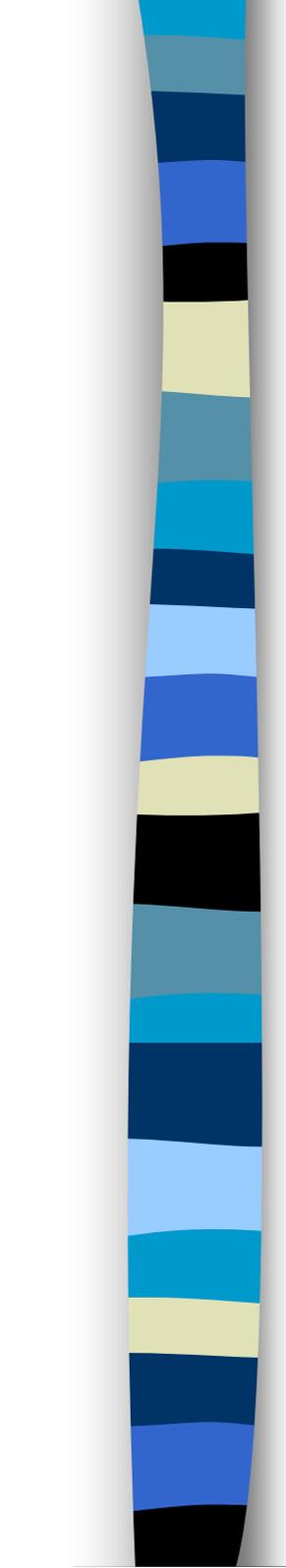
(HB)<sup>1</sup> representa a unidade de medida de dureza definida como índice de dureza Brinell.



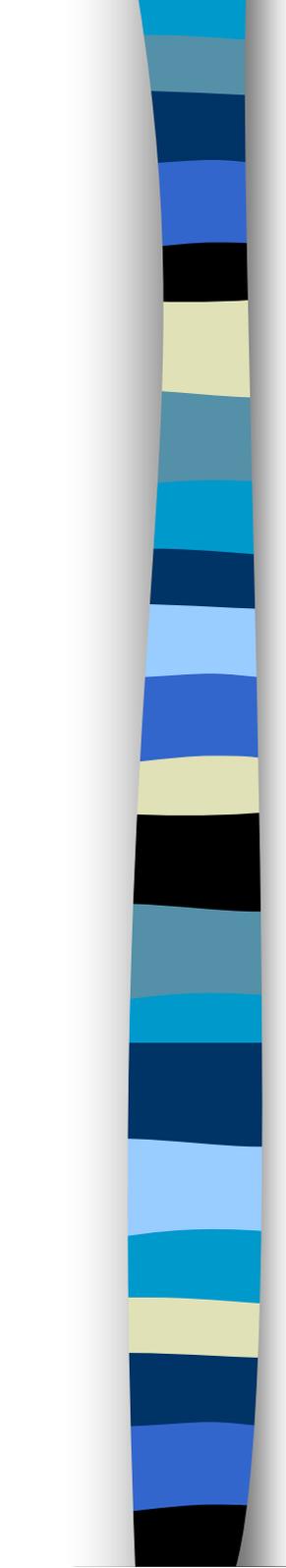
Quando os responsáveis pela solução do problema analisaram o gráfico de controle R, agora estratificado por fornecedor de aço na quarta-feira, foi possível observar que o processo estava sob controle em relação à variabilidade.



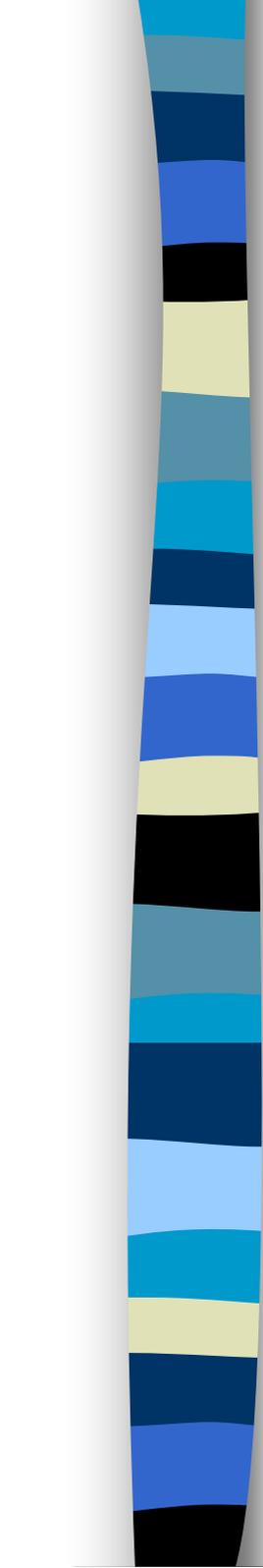
Já o gráfico apresentava na quarta-feira três pontos fora dos limites de controle. Os pontos acima de LSC, para as amostras 13 e 18, correspondem à dureza média das molas fabricadas com o aço do fornecedor C.



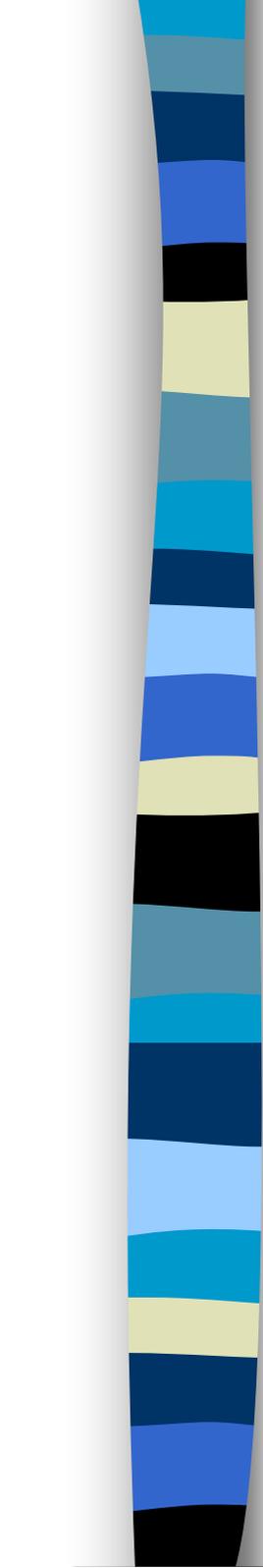
De posse destas e outras informações sobre as características específicas do problema, a equipe da indústria encerrou a fase de observação do Ciclo PDCA e passou à fase de **análise**, com o objetivo de descobrir a causa fundamental do problema.



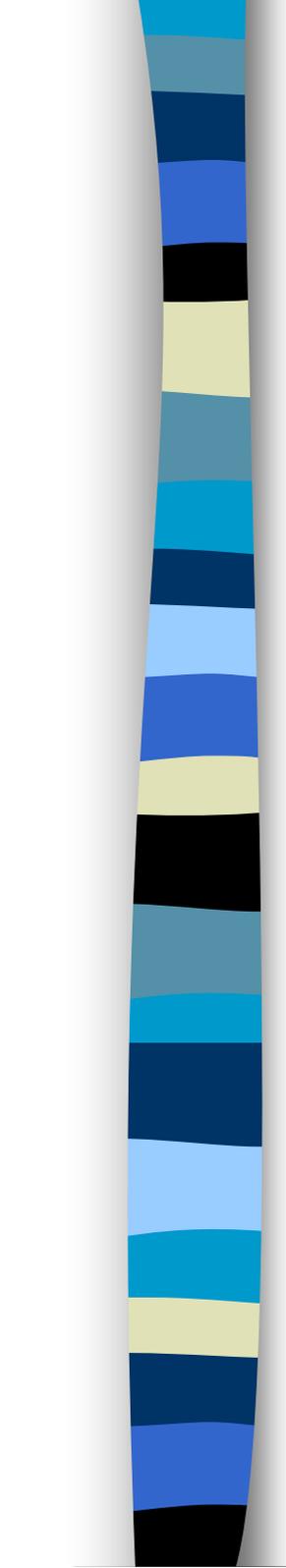
Com base nas informações dispostas pelos gráficos de controle  $\bar{x}$  e R, construídos na fase de observação do Ciclo PDCA, os técnicos da empresa passaram a suspeitar que talvez estivessem ocorrendo problemas com a qualidade do aço comprado dos fornecedores A e C.



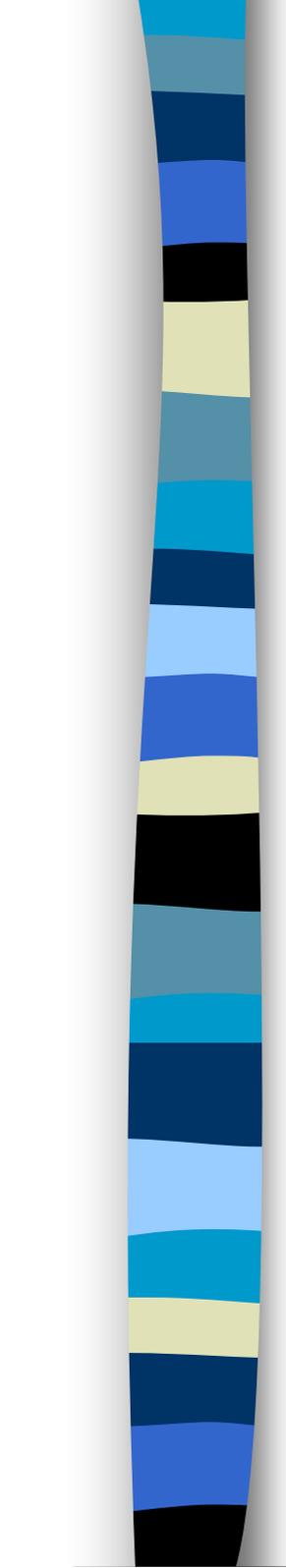
É importante ressaltar que a suspeita da indústria foi provocada pelo fato de que, até certo ponto atrás, a dureza do aço comprado pela empresa correspondia a um item de verificação do processo de produção das molas, porque uma dureza média inadequada ou uma elevada variabilidade na dureza do aço utilizado poderiam comprometer a qualidade das peças produzidas.



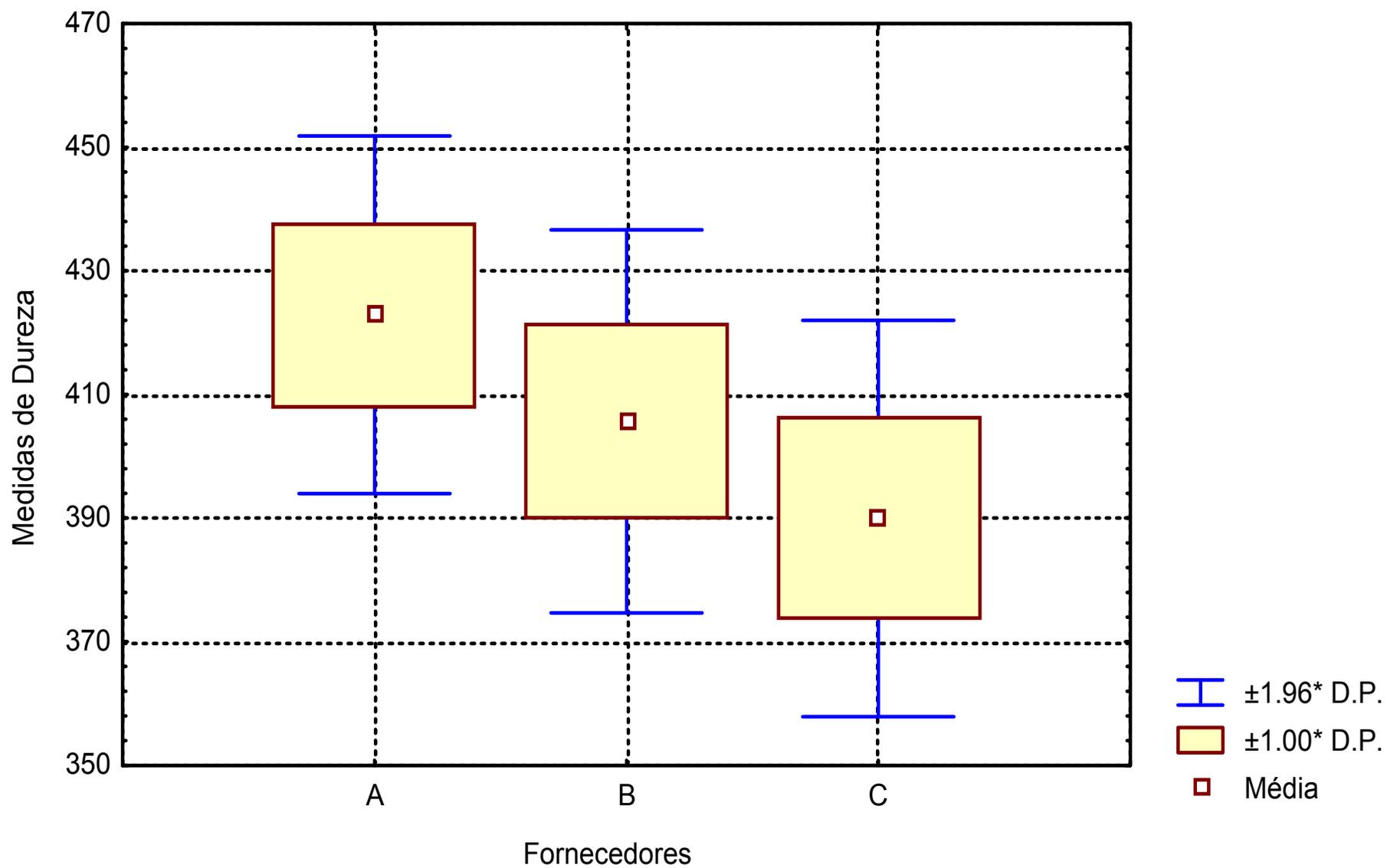
No entanto, como os fornecedores de aço foram considerados confiáveis, os itens de verificação referentes a qualidade do aço comprado foram desativados, já que o aço deixou de ser considerado uma causa potencial de problemas. Portanto, a causa a ser analisada em detalhes era a possível queda do nível da qualidade do aço vendido por algum dos fornecedores da indústria.



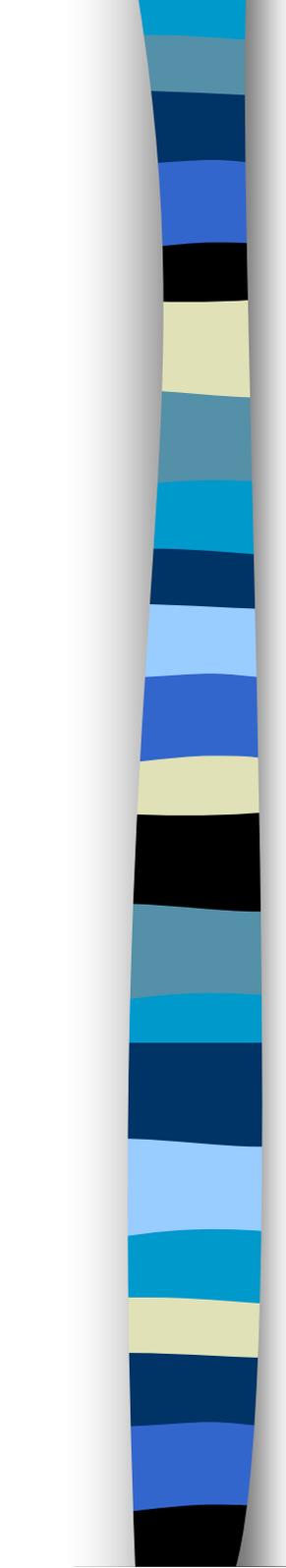
Esta queda do nível de qualidade poderia ser traduzida em termos de uma dureza média inadequada ou de uma grande variabilidade na dureza do aço que estava sendo vendido a empresa.



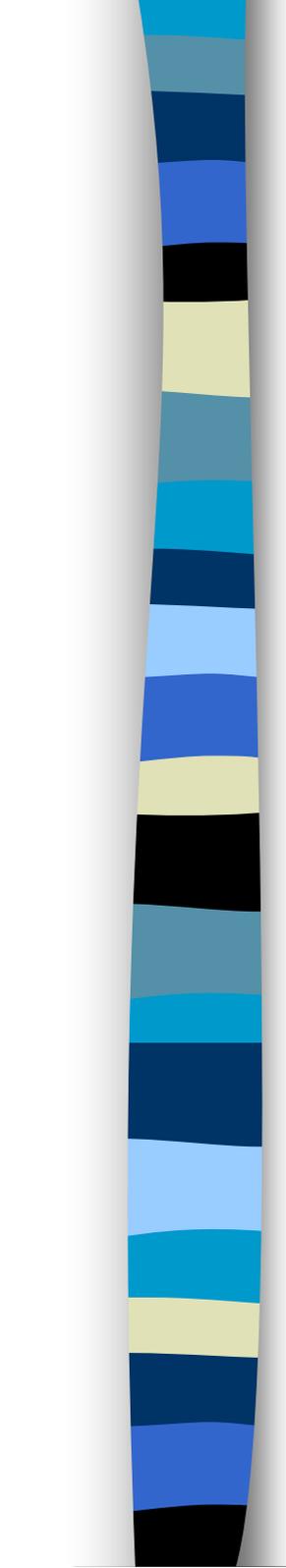
Com o objetivo de obter mais informações sobre o comportamento do processo , a equipe de trabalho da indústria construiu um diagrama de pontos e um "*boxplot*" , para todas as medida de dureza obtidas na quarta-feira, tentando verificar se esta elevada variabilidade poderia estar sendo provocada por diferenças na qualidade do aço comprado dos fornecedores A, B e C.



**Figura 1 – Gráfico Box-plot**



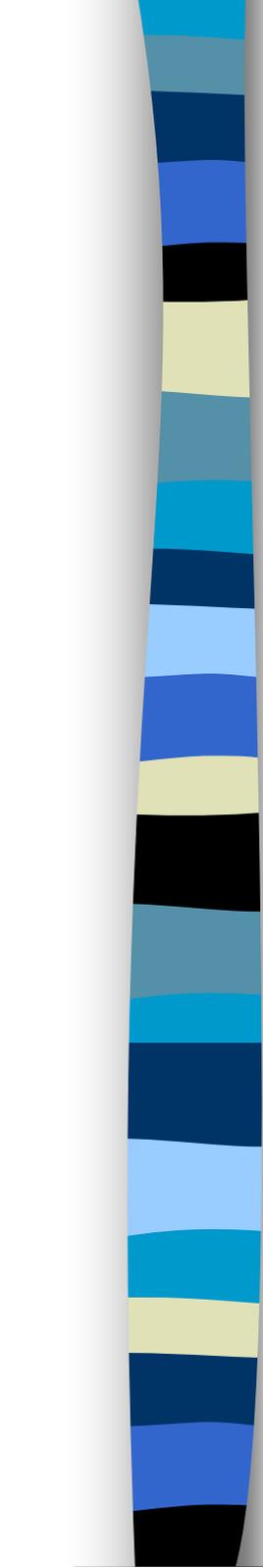
A partir da análise da Figura 1, é possível notar que há uma diferença entre as distribuições das medidas de dureza das molas fabricadas com o aço dos fornecedores A, B e C. Mais especificamente, parecia que a dureza média das molas produzidas com o aço do fornecedor A era maior que a dureza média das peças fabricadas com o aço dos fornecedores B e C.



Observe que esta indicação estava de acordo com as informações fornecidas pelo gráfico de controle  $\bar{X}$ , onde as durezas médias das amostras de molas fabricadas com o aço do fornecedor A estavam acima do LSC do gráfico.

Tabela 2: Dureza das Molas de Aço Retiradas do Processo na Quarta-Feira

Fornece dor	Medidas de Dureza (HB)								Totais	Médias
1 (A)	421,4	414,0	410,6	437,1	448,2	402,7	428,9	420,3	3.383,2	422,9
2 (B)	434,3	387,0	406,2	405,2	384,1	408,0	404,3	416,1	3.245,2	405,7
3 (C)	381,2	413,9	415,6	391,3	385,4	383,9	372,3	374,9	3.118,5	389,8
									9.746,9	406,1

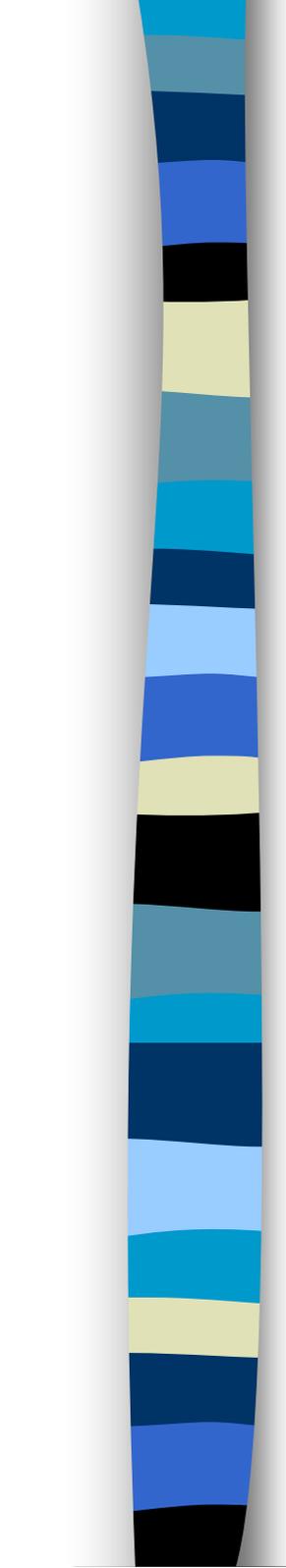


## RESUMO

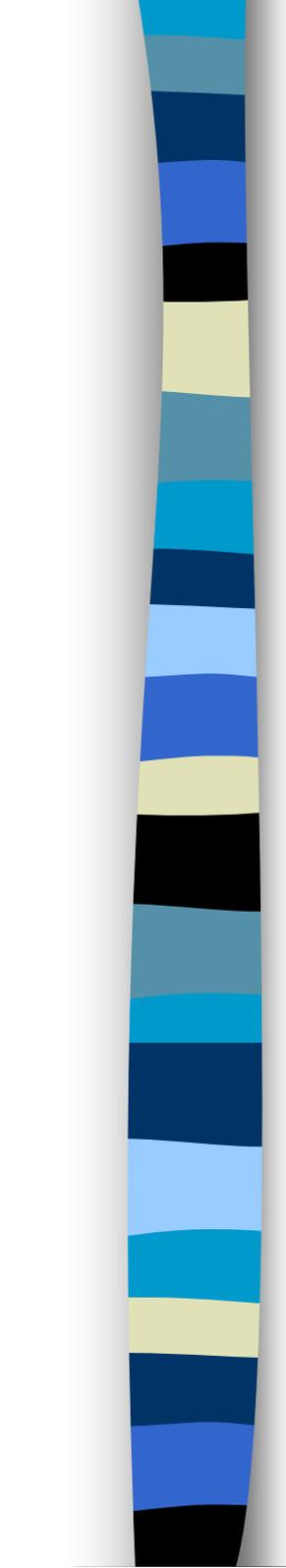
<i>Grupo</i>	<i>Contagem</i>	<i>Soma</i>	<i>Média</i>	<i>Variância</i>
Forn. 1	8	3383,2	422,9	217,8971
Forn. 2	8	3245,2	405,65	250,0143
Forn. 3	8	3118,5	389,8125	272,1555

## ANOVA

<i>FV</i>	<i>SQ</i>	<i>gl</i>	<i>MQ</i>	<i>F</i>	<i>valor-P</i>	<i>F crítico</i>
Entre	4381,791	2	2190,895	8,881205	0,001603	3,466795
Dentro	5180,469	21	246,689			
Total	9562,26	23				



Conclui-se então, que existe uma diferença significativa entre as médias dos fornecedores. Procedeu-se então, com a análise dos resíduos de uma análise de regressão, verificando-se, assim, se os resíduos seguem os pressupostos básicos da ANOVA.



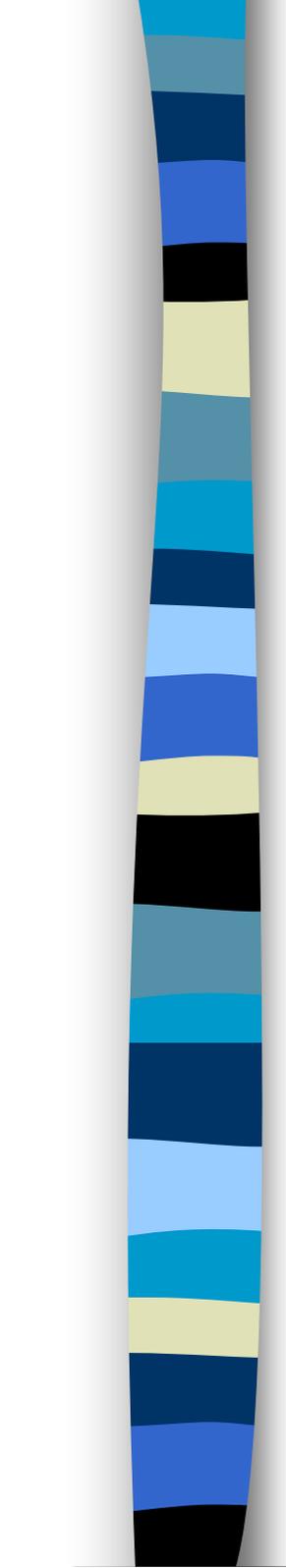
# ANÁLISE DOS RESÍDUOS

Uma informação muito importante que deve ser observada para a análise dos resíduos, é a ordem em que os dados foram coletados.

## Tabela 3 - Resíduos associados as observações

Fornec.	Resíduos*							
1(A)	-1,5 (1)	-8,9 (2)	-12,3 (3)	14,2 (4)	25,3 (21)	-20,2 (22)	6,0 (23)	-2,6 (24)
2(B)	28,7 (13)	-18,7 (14)	0,6 (15)	-5,0 (16)	-25,6 (17)	2,4 (18)	-1,4 (19)	10,5 (20)
3(c)	-8,6 (5)	24,1 (6)	25,8 (7)	1,5 (8)	-4,4 (9)	-5,9 (10)	-17,5 (11)	-14,9 (12)

\* os números entre parênteses indicam a ordem de coleta dos dados



## Gráfico de resíduos contra a ordem de coleta dos dados

O primeiro passo é encontrar os resíduos fornecidos pelo modelo, que é obtido pela subtração da média do seu tratamento de cada observação, os quais estão apresentados na Tabela a seguir.

## Tabela 4 - Resíduos fornecidos pelo modelo ordenados

Ordem	Resíduos	Ordem	Resíduos
1	-1,5	13	28,7
2	-8,9	14	-18,7
3	-12,3	15	0,6
4	12,4	16	-5
5	-8,6	17	-25,6
6	24,1	18	2,4
7	25,8	19	-1,4
8	1,5	20	10,5
9	-4,4	21	25,3
10	-5,9	22	-20,2
11	-17,5	23	6
12	-14,9	24	-2,6

Os resíduos encontrados serão representados no gráfico a seguir:

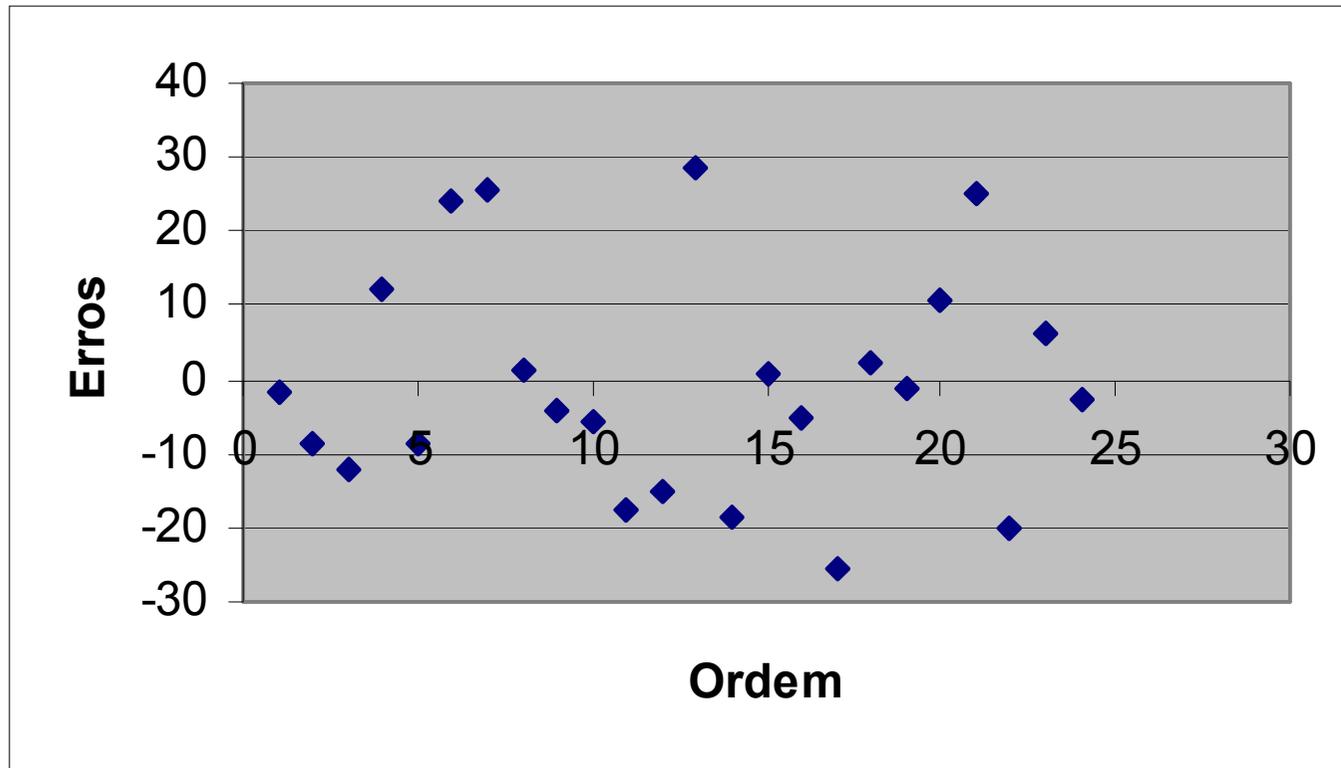
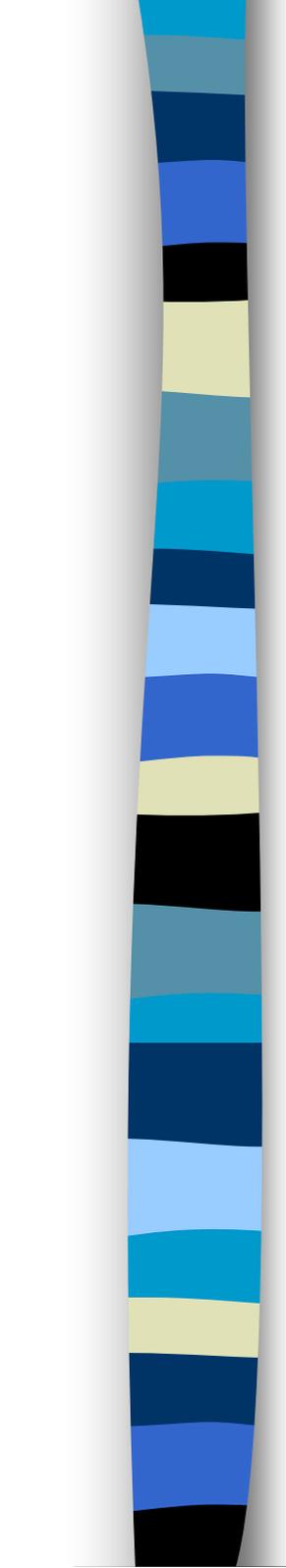


Figura 2 : Gráfico dos resíduos e a ordem de coleta dos dados.

Configurações especiais no gráfico dos resíduos indicam que as observações não são independentes, prejudicando assim a análise realizada.



Para se determinar o gráfico dos resíduos vs. a média dos tratamentos, temos que relacionar cada média com os resíduos encontrados dos seus respectivos tratamentos, conforme mostra a tabela a seguir.

## Tabela 5- Médias dos tratamentos e seus respectivos resíduos

Média do tratamento	Resíduos	Média do tratamento	Resíduos	Média do tratamento	Resíduos
422,9	-1,5	405,7	28,7	389,8	-8,6
422,9	-8,9	405,7	-18,7	389,8	24,1
422,9	-12,3	405,7	0,6	389,8	25,8
422,9	12,4	405,7	-5	389,8	1,5
422,9	25,3	405,7	-25,6	389,8	-4,4
422,9	-20,2	405,7	2,4	389,8	-5,9
422,9	6	405,7	-1,4	389,8	-17,5
422,9	-2,6	405,7	10,5	389,8	-14,9

Estes valores tabelados podem ser visualizados na figura a seguir.

# Gráfico de resíduos contra as médias dos tratamentos

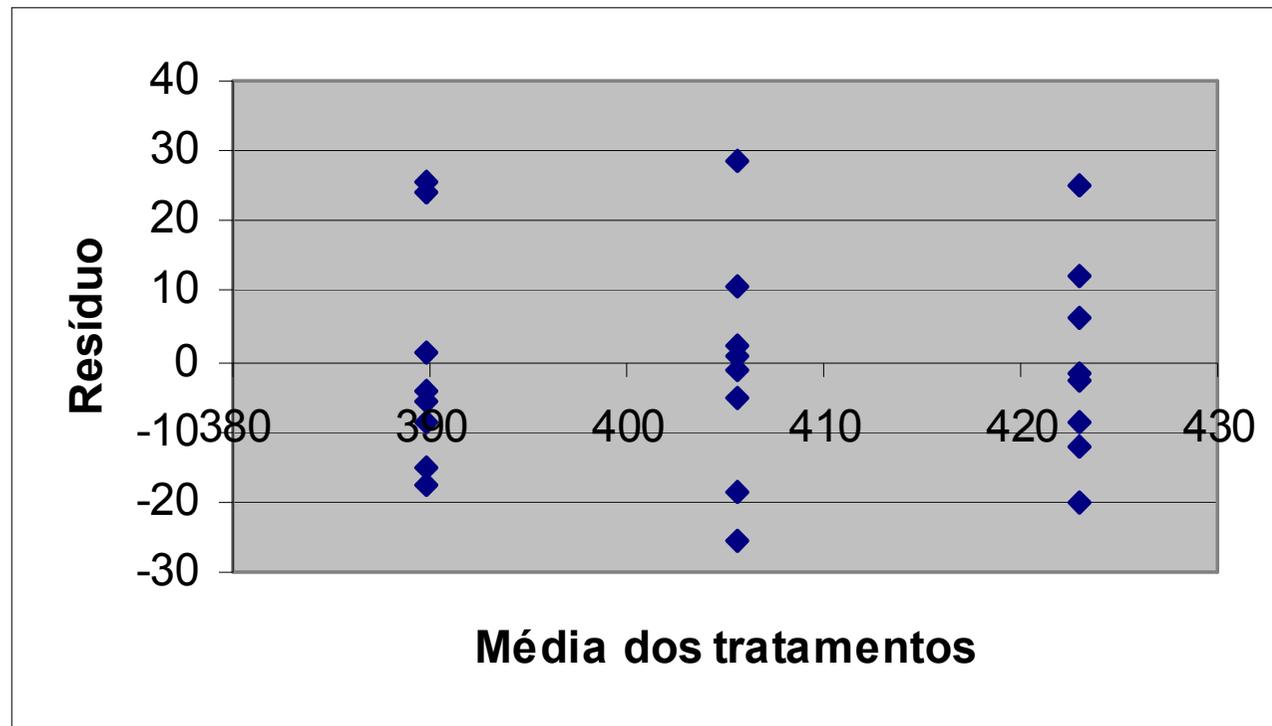
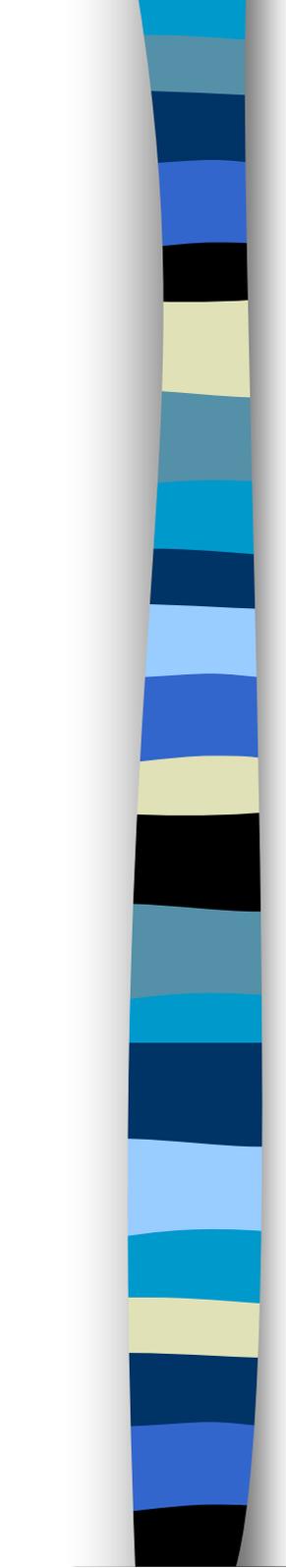


Figura 3 :Gráfico das médias dos tratamentos e seus respectivos resíduos

Neste gráfico, as faixas de dispersão dos resíduos para cada média são aproximadamente iguais, o que indicou que a suposição de variâncias iguais pode ser considerada válida.

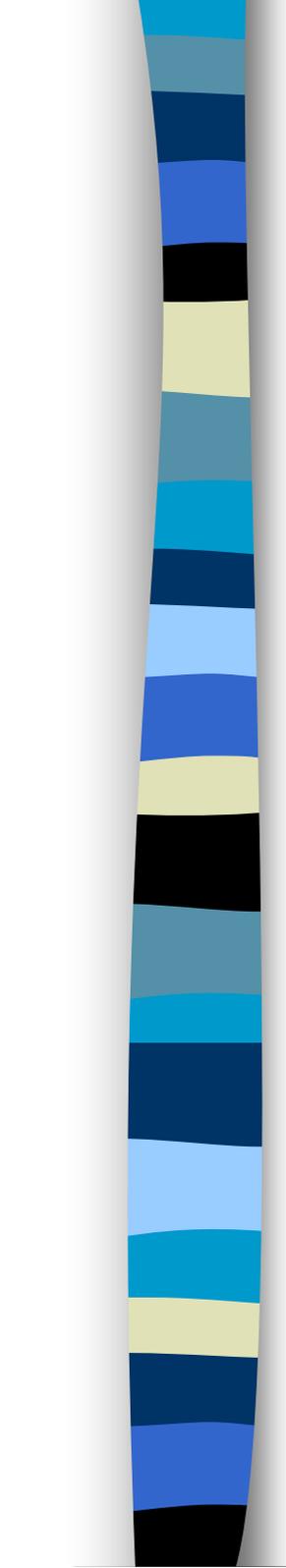


## Procedimentos para o cálculo da análise de normalidade dos resíduos para a análise de variância - ANOVA

Para se efetuar a análise de normalidade dos resíduos, é necessário seguir as seguintes etapas:

# 1) Colocar os resíduos em ordem crescente;

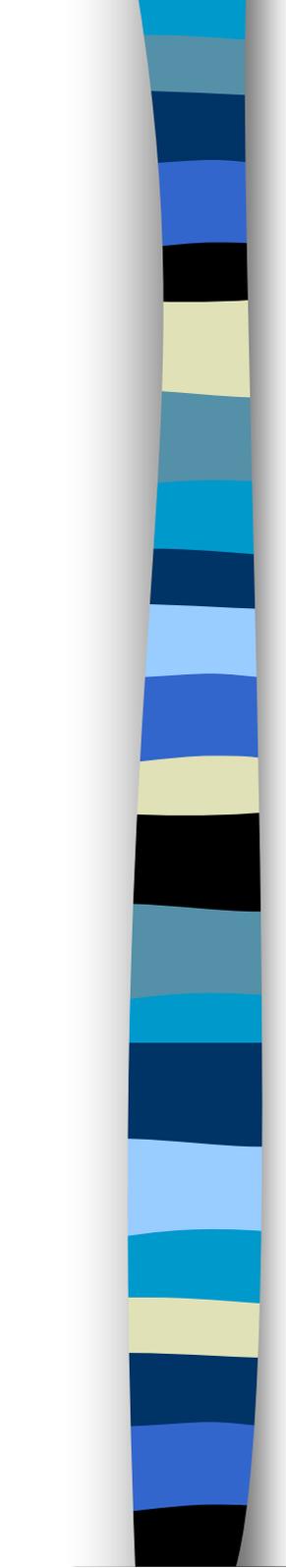
Ordem (i)	Resíduo	$E_i$	Ordem (i)	Resíduo	$E_i$
1	-25,6	-30,6	13	-1,5	0,8
2	-20,2	-23,3	14	-1,4	2,4
3	-18,7	-19,7	15	0,6	4,1
4	-17,5	-16,5	16	1,5	5,8
5	-14,9	-13,8	17	2,4	7,5
6	-12,3	-11,8	18	6	9,3
7	-8,9	-9,3	19	10,5	11,8
8	-8,6	-7,5	20	12,4	13,8
9	-5,9	-5,8	21	24,1	16,5
10	-5	-4,1	22	25,3	19,7
11	-4,4	-2,4	23	25,8	23,3
12	-2,6	-0,8	24	28,7	30,6



2) Calcular os valores esperados dos resíduos ordenados, sob a suposição de normalidade, usando a equação

Para o menor resíduo ( $i = 1$ ), os cálculos são:

$$E_i = \sqrt{\text{QMR}} \left[ z \left( \frac{i - 0,375}{n + 0,25} \right) \right]$$
$$= \frac{1 - 0,375}{n + 0,25} = \frac{1 - 0,375}{24 + 0,25} = 0,0258$$



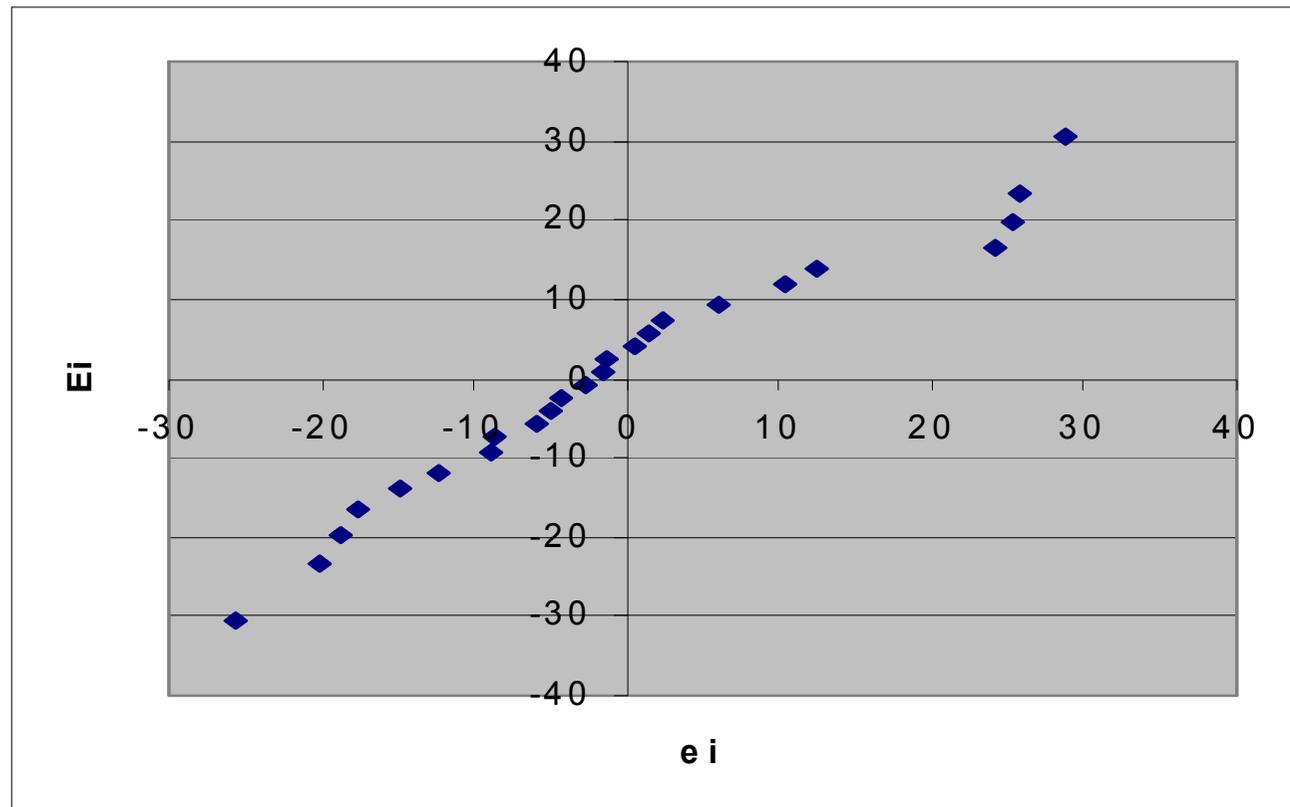
Logo, deve-se procurar a área sob a curva normal correspondente a 0,0258, no extremo inferior, pois o resíduo é negativo, utilizando-se a tabela Z tem-se que:

$(0,5 - 0,0258) = 0,4748$  , que corresponde ao escore Z padronizado de 1,95 com sinal negativo, pois tem-se resíduo negativo.

Como QMR = 247 o valor de  $E_i$  torna-se:

$$E_i = \sqrt{247} [-1,95] = -30,6$$

3) Construir o gráfico de probabilidade normal, representando no eixo horizontal os valores dos resíduos ordenados ( $e_i$ ) e no eixo vertical os valores esperados dos resíduos ordenados sob a suposição de normalidade ( $E_i$ ).



**Figura 4:** Gráfico da probabilidade normal para os resíduos<sup>41</sup>

- 4) Calcular o coeficiente de correlação linear  $r$  entre os resíduos  $(e_i)$  e seus valores esperados, sob a suposição de normalidade  $(E_i)$ , por meio da expressão:

$$\bar{e} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n e_i$$

$$\bar{E} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n E_i$$

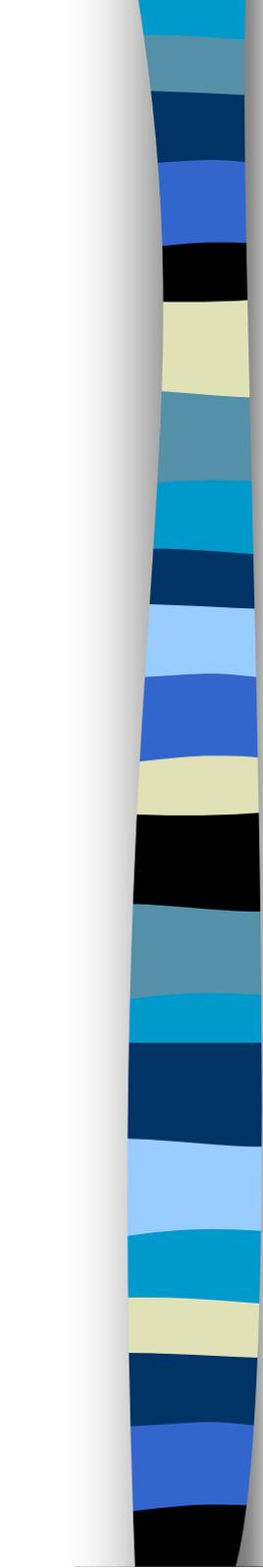
$$r = \frac{\sum_{i=1}^n (E_i - \bar{E})(e_i - \bar{e})}{\left[ \sum_{i=1}^n (e_i - \bar{e})^2 \sum_{i=1}^n (E_i - \bar{E})^2 \right]^{1/2}}$$

# Tabela 6- Cálculos parciais para a obtenção da correlação

Ordem (i)	Resíduo	$E_i$	$E_{im}$	$E_i - E_m$	$e_{im}$	$e_i \cdot e_{im}$	$(E_i - E_m)^2$	$(e_i - e_m)^2$
1	-25,6	-30,6	-1,5E-16	-30,6	-0,425	-25,175	936,36	633,7806
2	-20,2	-23,3	-1,5E-16	-23,3	-0,425	-19,775	542,89	391,0506
3	-18,7	-19,7	-1,5E-16	-19,7	-0,425	-18,275	388,09	333,9756
4	-17,5	-16,5	-1,5E-16	-16,5	-0,425	-17,075	272,25	291,5556
5	-14,9	-13,8	-1,5E-16	-13,8	-0,425	-14,475	190,44	209,5256
6	-12,3	-11,8	-1,5E-16	-11,8	-0,425	-11,875	139,24	141,0156
7	-8,9	-9,3	-1,5E-16	-9,3	-0,425	-8,475	86,49	71,82563
8	-8,6	-7,5	-1,5E-16	-7,5	-0,425	-8,175	56,25	66,83063
9	-5,9	-5,8	-1,5E-16	-5,8	-0,425	-5,475	33,64	29,97563
10	-5	-4,1	-1,5E-16	-4,1	-0,425	-4,575	16,81	20,93063
11	-4,4	-2,4	-1,5E-16	-2,4	-0,425	-3,975	5,76	15,80063
12	-2,6	-0,8	-1,5E-16	-0,8	-0,425	-2,175	0,64	4,730625
13	-1,5	0,8	-1,5E-16	0,8	-0,425	-1,075	0,64	1,155625
14	-1,4	2,4	-1,5E-16	2,4	-0,425	-0,975	5,76	0,950625
15	0,6	4,1	-1,5E-16	4,1	-0,425	1,025	16,81	1,050625
16	1,5	5,8	-1,5E-16	5,8	-0,425	1,925	33,64	3,705625
17	2,4	7,5	-1,5E-16	7,5	-0,425	2,825	56,25	7,980625
18	6	9,3	-1,5E-16	9,3	-0,425	6,425	86,49	41,28063
19	10,5	11,8	-1,5E-16	11,8	-0,425	10,925	139,24	119,3556
20	12,4	13,8	-1,5E-16	13,8	-0,425	12,825	190,44	164,4806
21	24,1	16,5	-1,5E-16	16,5	-0,425	24,525	272,25	601,4756
22	25,3	19,7	-1,5E-16	19,7	-0,425	25,725	388,09	661,7756
23	25,8	23,3	-1,5E-16	23,3	-0,425	26,225	542,89	687,7506
24	28,7	30,6	-1,5E-16	30,6	-0,425	29,125	936,36	848,2656
<b>Média</b>	<b>-0,425</b>	<b>-1,48E-16</b>				<b>Soma</b>	<b>5337,72</b>	<b>5350,225</b>

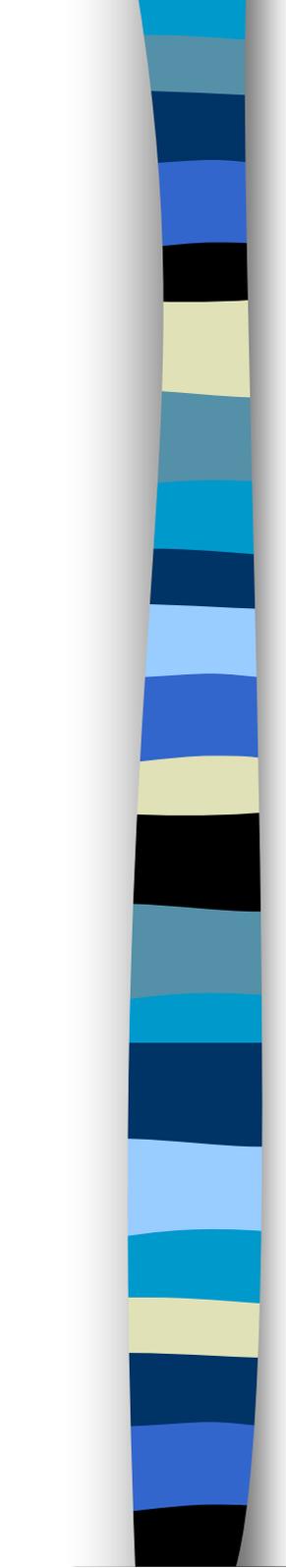
# Tabela 7- Valores utilizados para se efetuar a correlação:

$E_i - E_m$	$e_i - e_{im}$	$(E_i - E_m) (e_i - e_{im})$
-30,6	-25,175	770,355
-23,3	-19,775	460,7575
-19,7	-18,275	360,0175
-16,5	-17,075	281,7375
-13,8	-14,475	199,755
-11,8	-11,875	140,125
-9,3	-8,475	78,8175
-7,5	-8,175	61,3125
-5,8	-5,475	31,755
-4,1	-4,575	18,7575
-2,4	-3,975	9,54
-0,8	-2,175	1,74
0,8	-1,075	-0,86
2,4	-0,975	-2,34
4,1	1,025	4,2025
5,8	1,925	11,165
7,5	2,825	21,1875
9,3	6,425	59,7525
11,8	10,925	128,915
13,8	12,825	176,985
16,5	24,525	404,6625
19,7	25,725	506,7825
23,3	26,225	611,0425
30,6	29,125	891,225
	Soma	5227,39


$$r = \frac{\sum_{i=1}^n (E_i - \bar{E})(e_i - \bar{e})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (e_i - \bar{e})^2 \sum_{i=1}^n (E_i - \bar{E})^2}}$$

$$r = \frac{5257,39}{\sqrt{5350,255 \cdot 5337,72}} = \frac{5257,39}{\sqrt{2855800,99}} = \frac{5257,39}{5343,96}$$

$r = 0,978185$  (coeficiente de correlação)



Um valor próximo de 1, para o coeficiente de correlação, é uma indicação de um forte relacionamento linear entre os resíduos e seus valores esperados, sob a suposição de normalidade, o que significa dizer que a suposição de normalidade pode ser considerada.