# Distribuições de Probabilidade

***Prof. Adriano Mendonça Souza, Dr.***
Departamento de Estatística
- PPGEMQ / PPGEP - UFSM -

# Distribuição de Bernoulli

Seja uma experiência aleatória, para qual só podem existir duas alternativas de resultados: **sucesso** e **fracasso**.

**X1 = 1** com probabilidade ***p*** quando o **sucesso** ocorrer;

**X2 = 0** com probabilidade ***q = (1 - p)*** quando **fracasso** ocorrer,

Logo temos uma distribuição de Bernoulli.

## Parâmetros da distribuição

$E[x] = \mu_x = p$ $\qquad V[x] = \sigma^2 = p\,q$ $\qquad \sigma = (p\,q)^{1/2}$

# Distribuição Binomial

Consideramos $n$ tentativas independentes, de um mesmo experimento aleatório. Cada tentativa admite dois resultados:

**Sucesso** com probabilidade $p$

**Fracasso** com probabilidade $q$

$$p + q = 1$$

Em uma distribuição binomial deve-se considerar que:

- São realizadas $n$ provas independentes e do mesmo tipo;
- Cada prova admite 2 resultados: sucesso ou fracasso;
- A probabilidade de sucesso é $p$ e de fracasso é $q = 1 - p$;

A probabilidade de ocorrer *k* sucessos em *n* provas será:

$$\boxed{P(X = k) = C_n^k . p^k . q^{n-k}}$$

$k = 0, 1, 2, 3, \ldots, n$

$C_n^k = \dfrac{n!}{k!(n-k)}$ , Fórmula do Binômio de Newton $(p + q)^n$, surgindo assim o nome Binomial.

## Parâmetros da distribuição

$E[x] = \mu_x = n . p \quad V[x] = n\,p\,q \quad \sigma = (n\,p\,q)^{1/2}$

# Distribuição Multinomial

É uma generalização da distribuição Binomial.

Considera-se *K* alternativas, **reparte-se o espaço amostral em *K* eventos *A1*, *A2*, …, *Ak*, *ME*** com probabilidades *P1*, *P2*, ..., *Pk* tais que *P1* + *P2* + ... + *Pk* =*1*.

Então *n* provas, a probabilidade de que *A1* ocorra *X1* vezes, *A2* ocorra *X2* vezes … *Ak* ocorra *Xk* vezes igual a:

$$\boxed{P(X_1, X_2, \ldots, X_k) = \frac{n!}{X_1! X_2! \cdots X_k!} p_1^{x_1} . p_2^{x_2} . \cdots . p_k^{x_k}}$$

# Distribuição Poisson

É utilizada quando se tem **eventos raros**

Quando em uma distribuição binomial o tamanho $\boldsymbol{n}$ da amostra é muito grande $(n \rightarrow \infty)$ e **a probabilidade $\boldsymbol{p}$ de ocorrência do evento é muito pequena**, sendo $\lambda = \boldsymbol{n.p}$ uma constante, a probabilidade de $k$ ocorrências em uma amostra segue mais exatamente uma distribuição de Poisson com parâmetro $\lambda$, pois ela é considerada uma generalização da distribuição binomial.

$$P(X = k) = \frac{e^{-\lambda}.\lambda^{k}}{k!}$$

K = 0, 1, 2, …

$\lambda = n.p$ – é a freqüência média se sucessos em um intervalo de tempo ou comprimento

X = é a variável aleatória discreta em estudo

n = é o número de unidades

## Parâmetros da distribuição

$E[x] = \mu_x = \lambda$ $V[x] = \sigma^2 = \lambda$ $\sigma = \lambda^{1/2}$

# Distribuição Geométrica

**Suponha que repetimos o experimento até que A ocorra pela primeira vez.**

Seja o experimento **E** realizado repetidamente e independentemente, e que estamos interessados na ocorrência de um evento **A**. Cada repetição de E a probabilidade de A será:

$$\boxed{P(X = k) = q^{k-1} . p}$$

- K = 1, 2, 3, …
- $P(A) = p$
- $P(\bar{A}) = 1 - p = q$,
- estes valores permaneçam os mesmos em torno das A's repetições.

## Parâmetros da distribuição

$E[x] = \mu_x = 1/p$ $V[x] = \sigma^2 = q/p^2$ $\sigma = q^{1/2}/p$

# Distribuição Hipergeométrica

Divisão em lotes e retiradas sem reposição será a característica da distribuição hipergeométrica.

Suponha que tenhamos ao acaso $N$ elementos divididos em classes e que escolhemos ao acaso $n$ elementos (uma amostra do lote), sem reposição.

$$\boxed{P(X=k) = \frac{C_k^n \cdot C_{N-k}^{n-x}}{C_N^n}}$$

$x + (n - x) = n$

$k$ é o número de defeitos

**Parâmetros da distribuição**

$E[x] = \mu x = n.p$

$V[x] = \sigma 2 = npq\,\dfrac{N-n}{N-1}$

$\sigma = \sqrt{npq\dfrac{N-n}{N-1}}$

# Distribuições Contínuas de Probabilidade

Uma distribuição contínua de probabilidade é aquela em que **VA** pode assumir um conjunto contínuo de valores de um conjunto de dados, logo a distribuição de probabilidade $P(X)$ é dita contínua e a sua representação gráfica é uma curva cuja equação é $Y = P(X)$.