A *f(x)* ou *P(x)* é denominada função densidade de probabilidade se:

1. $f(x) \geq 0$, não existe probabilidade negativa;

2. $\int_a^b f(x) = P(a \leq x \leq b)$; se b > a, indica que a probabilidade da **VA** assumir valor em um intervalo será dada pela integral dessa função nesse intervalo;

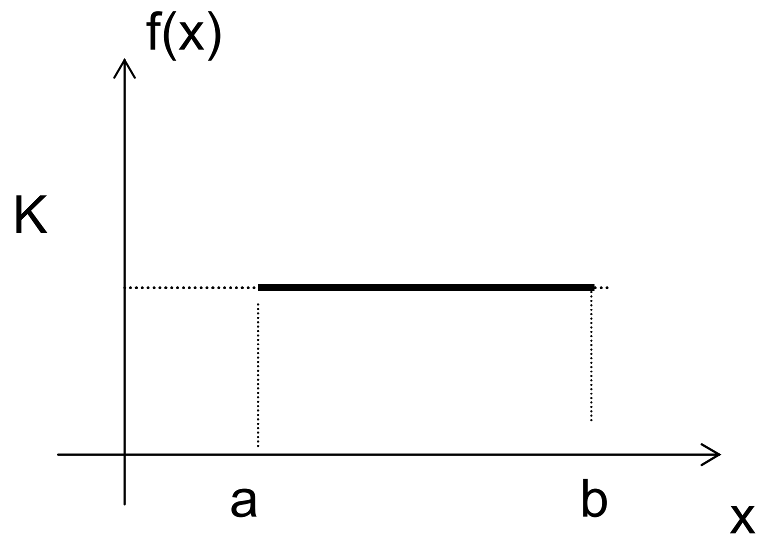
3. $$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\,dx = 1$$

Distribuição uniforme ou retangular

Genericamente, X é uma variável uniformemente distribuída sobre um intervalo [a, b], se a função densidade for do tipo:

$$\begin{cases} f(x) = 0 \; para \; x \notin [a, b] \\ f(x) = K \; para \; x \in [a, b] \end{cases} \qquad ; \quad K = \text{constante}$$

e o seu gráfico tem a seguinte forma:



Como $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1 \rightarrow \int_a^b k dx = 1 \rightarrow k = \frac{1}{b-a}$, daí :

$$f(x) = \begin{cases} 0 \quad para \;\; x \notin [a,b] \\ \frac{1}{b-a} \quad para \;\; x \in [a,b] \end{cases}$$

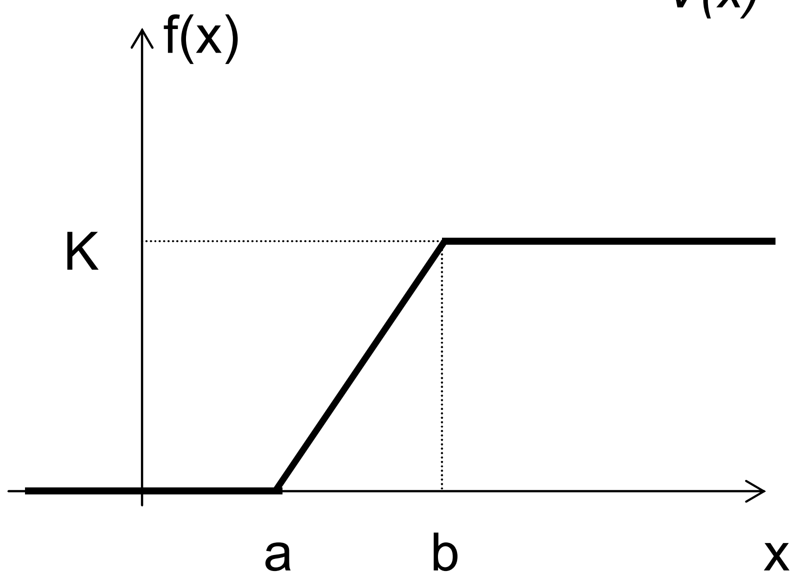
Sua função distribuição será dada por:

$$F(X) = \begin{cases} 0 & para \quad x < a \\ \dfrac{x-a}{b-a} & para \quad a \leq x \leq b \\ 1 & para \quad x > b \end{cases}$$

Parâmetros da distribuição

$E(x) = \frac{b+a}{2}$

$V(x) = \sigma 2 = \frac{(b-a)^2}{12}$



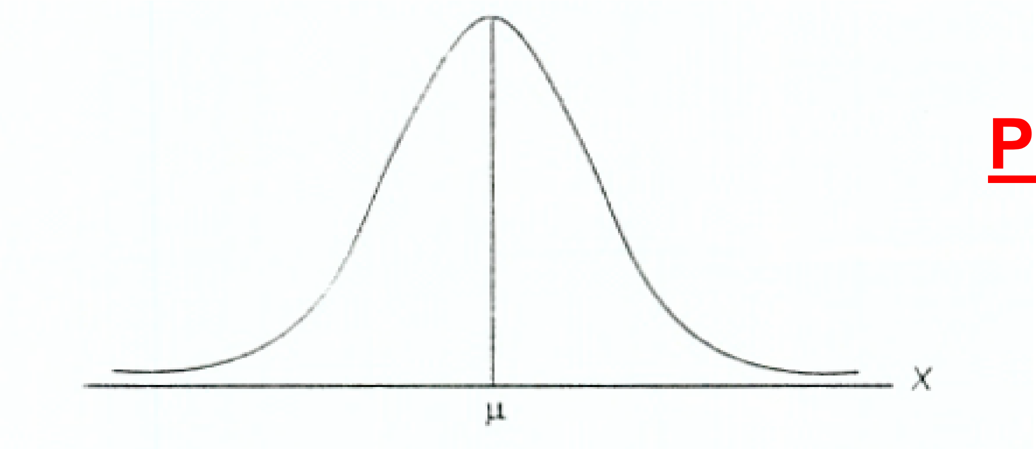
Distribuição Normal
(Gauss, Lapalce ou Lapalce-Gauss)

Seja X uma VAC, X terá distribuição normal se:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}.e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

onde os parâmetros μ e σ são respectivamente sua média e variância. Logo diz-se que $N \approx N(\mu;\ \sigma 2)$ ou X: $N(\mu;\ \sigma 2)$.

Características da distribuição Normal



Parâmetros da distribuição

$E(X) = \mu$

$V(X) = \sigma 2$

1. forma de sino, sendo simétrica em relação a média;

2. a variável aleatória pode assumir qualquer valor real;

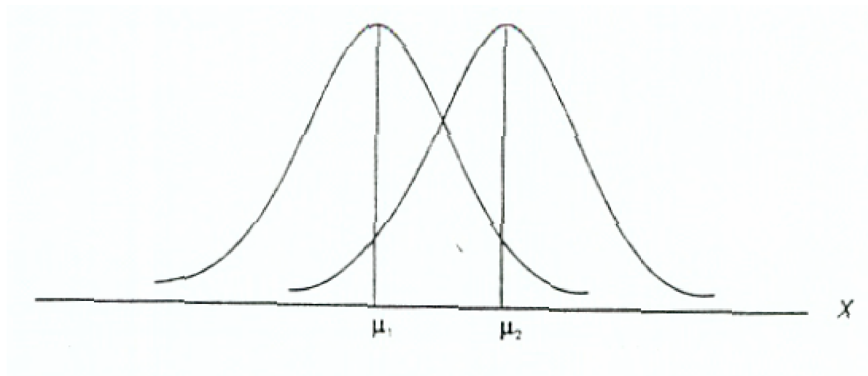
3. a área total sob a curva é 1; que corresponde à probabilidade da VA assumir qualquer valor real;

4. é uma curva assintótica;

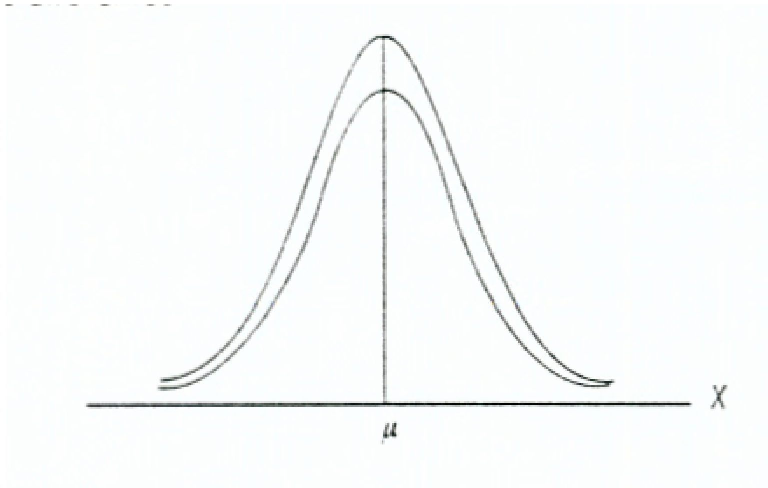
5. possui dois pontos de inflexão;

Variando-se os parâmetros temos:

Duas distribuições normais de mesma variância e com médias diferentes



Duas distribuições normais de mesma média e com variâncias diferentes



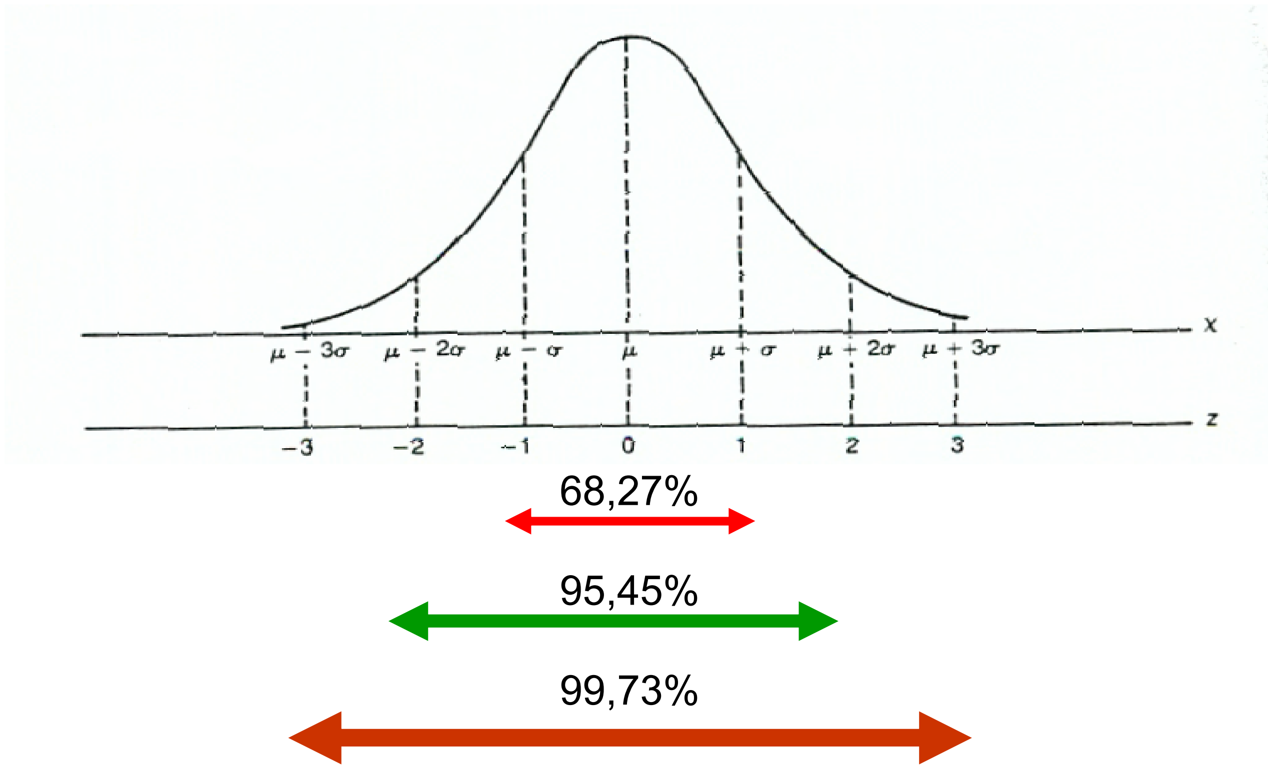
Na prática é mais fácil trabalhar-se com as variáveis transformadas.

Esta nova variável denomina-se **variável normal padronizada**, ou **reduzida**. Sua **média é 0** e seu **desvio padrão, 1**. Assim constróe-se uma única tabela, a **normal reduzida** e, através dela, obtermos as probabilidades associadas a todas as distribuições ***X: N(μ; σ2)***. Esta transformação é representada pela variável Z.

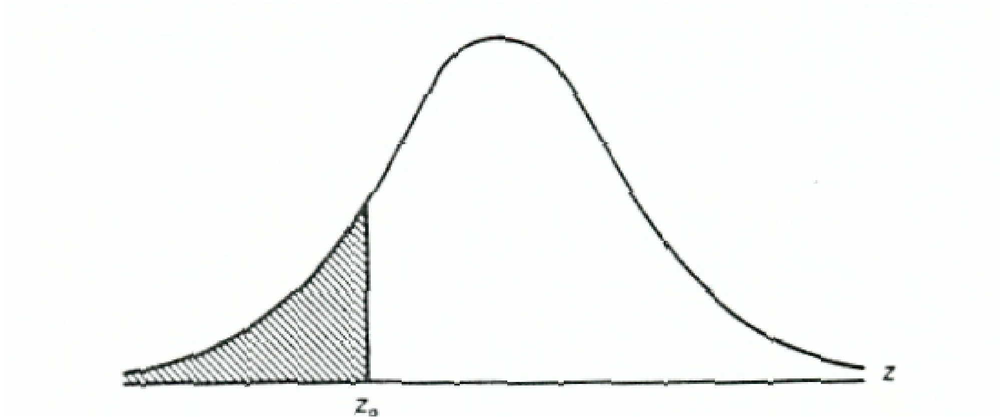
Desta forma a variável aleatória X transforma-se em variável normal reduzida Z, como podemos ver graficamente a seguir:

$$\boxed{Z = \frac{X-\mu}{\sigma} \approx N(0,1)}$$

$$\boxed{f(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}.e^{-\frac{1}{2}z^2}}$$



A tabela da distribuição normal fornece a probabilidade de Z tomar um valor não superior a Z_0: $P(Z \leq Z_0)$. Tal probabilidade é representada pela área hachurada:



Parâmetros da distribuição

$E(Z) = 0$ $V(Z) = 1$

A importância da distribuição normal padronizada reside no fato de que ela encontra-se tabelada, facilitando o cálculo.