

**APLICAÇÃO E PERFORMANCE DA ANÁLISE DE INTERVENÇÃO EM SÉRIES  
MACROECONÔMICAS BRASILEIRAS**

**ADRIANO MENDONÇA SOUZA**

**ADRIANO MENDONÇA SOUZA**

**APLICAÇÃO E PERFORMANCE DA ANÁLISE DE INTERVENÇÃO EM SÉRIES  
MACROECONÔMICAS BRASILEIRAS**

**MONOGRAFIA DE ESPECIALIZAÇÃO**

**Santa Maria, RS, Brasil  
1991**

**APLICAÇÃO E PERFORMANCE DA ANÁLISE DE INTERVENÇÃO EM SÉRIES  
MACROECONÔMICAS BRASILEIRAS**

**Por  
ADRIANO MENDONÇA SOUZA**

Monografia apresentada ao Curso de Pós-Graduação em Estatística e Modelagem Quantitativa, da Universidade Federal de Santa Maria (RS), como requisito parcial para a obtenção do grau de Especialista em Estatística e Modelagem Quantitativa.

**Santa Maria, RS, Brasil  
1991**

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA**  
**CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ESTATÍSTICA E MODELAGEM**  
**QUANTITATIVA**

**APLICAÇÃO E PERFORMANCE DA ANÁLISE DE INTERVENÇÃO EM SÉRIES**  
**MACROECONÔMICAS BRASILEIRAS**

**ELABORADO POR**

**ADRIANO MENDONÇA SOUZA**

**COMO REQUISITO PARCIAL PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE ESPECIALISTA**  
**EM ESTATÍSTICA E MODELAGEM QUANTITATIVA**

**COMISSÃO EXAMINADORA:** -----

Maria Emília Camargo

-----  
Ramachandran Radharamanàn

-----  
Angela Pellegrin Ansuj

-----  
Marilia Goebel

**Santa Maria, 10 de agosto de 1991.**

## AGRADECIMENTOS

Não poderia deixar de registrar aqui a minha gratidão aos professores e colegas, pois estes foram fundamentais no decorrer desta etapa.

À minha amiga e professora Mestre Maria Emília Camargo gostaria de agradecer pela sua dedicação, clareza, sabedoria e segurança com que me orientou durante a realização desta monografia.

A todos os professores do curso de Especialização em Estatística e Modelagem Quantitativa e aos membros da banca examinadora.

Aos colegas, que nas horas mais difíceis da caminhada se mostraram presentes, tornando-a mais agradável.

Em especial a meus pais, pelo incentivo e apoio que sempre souberam me dar.

**RESUMO****APLICAÇÃO E PERFORMANCE DA ANÁLISE DE INTERVENÇÃO EM SÉRIES  
MACROECONÔMICAS BRASILEIRAS****Autor: Adriano Mendonça Souza****Orientador: Maria Emília Camargo**

No presente trabalho foi desenvolvida a fundamentação teórica sobre a análise de intervenção, bem como um “survey” sobre as aplicações feitas em séries reais. Foram analisadas as séries representativas dos agregados monetários nos conceitos M1, M2, M3, M4 e índice de produção industrial, como o objetivo de mostrar a robustez dos modelos com intervenção. Os modelos com intervenção encontrados apresentaram uma melhora significativa em relação aos modelos sem intervenção, bem como detectaram as influências dos choques econômicos.

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA MARIA  
CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ESTATÍSTICA E MODELAGEM  
QUANTITATIVA**

Autor: Adriano Mendonça Souza

Título: Aplicação e performance da análise de intervenção em séries macroeconômicas brasileiras  
Monografia de Especialização em Estatística e Modelagem Quantitativa.  
Santa Maria, 10 de agosto de 1991.

## SUMÁRIO

RESUMO .....	vi
LISTA DE FIGURAS .....	ix
LISTA DE TABELAS .....	xi
LISTA DE QUADROS .....	xii
1- INTRODUÇÃO .....	1
2- MATERIAL E MÉTODOS .....	3
2.1 - Objetivos .....	3
2.2 – Plano de Trabalho .....	3
3- REVISÃO DA LITERATURA .....	4
4- DEFINIÇÕES E CONCEITOS BÁSICOS .....	7
4.1- Série temporal .....	7
4.2- Processo estocástico .....	7
4.3- Processo estacionário .....	8
4.4- Processos homogêneos .....	8
4.5- Ruído branco .....	9
4.6- Processo ergódico .....	9
4.7- Modelo .....	9
4.8- Análise dos componentes básicos de uma série temporal .....	9
4.8.1- Tendência (Tt) .....	9
4.8.2- Ciclo (Ct) .....	10
4.8.3- Sazonalidade (St) .....	10
4.8.4- Erro (E t) .....	11
5- MODELOS UNIVARIADOS .....	12
5-1- construção dos modelos univariados de Box-Jenkins .....	12
5.1.1- Modelo médias móveis (MA) .....	13
5.1.2- Modelo autorregressivo (AR) .....	14
5.1.3- Modelo autorregressivo-médias móveis (ARMA) .....	15
5.1.4- Modelos não estacionários (ARIMA) .....	17
5.2- Verificação da validade dos modelos através de testes estatísticos .....	19
5.2.1- Sobrefixação .....	19
5.2.2- Teste de comparação das autocorrelações .....	19
5.2.3- Teste de autocorrelação residual .....	20
5.2.4- Teste de Box & Pierce (Portemanteau teaste) .....	20
5.2.5- Teste de correlação cruzada .....	21
5.2.6- Teste do periodograma acumulado .....	21
5.2.6.1- Aplicação do teste .....	22
5.2.7- Análise de séries dos resíduos .....	23

5.3- Estimacão dos parâmetros .....	23
5.4- Previsão para modelos univariados .....	24
6- MODELOS DE FUNCÃO DE TRANSFERÊNCIA .....	27
6.1- Modelos de funo de transferência discreta .....	28
7- ANÁLISE DE INTERVENCO .....	32
7.1- Modelos dinâmicos para interveno .....	33
7.2- Efeitos de interveno .....	35
7.3- Estrutura de funo de transferência .....	37
7.4- Estimacão e teste do efeito de interveno .....	40
7.5- Processo iterativo .....	42
7.5.1- Modelo linear geral .....	42
7.5.2- Efeitos de interveno no modelo ARIMA.....	42
7.5.3- Transformaco do modelo ARIMA no modelo linear geral .....	46
7.5.4- Inclusão do efeito de interveno no modelo transformada .....	47
8- APLICACÃO DA METODOLOGIA A SÉRIAS REAIS .....	52
8.1- Análise de série de meios de pagamentos M1.....	53
8.2- Análise de série de meios de pagamentos M2 .....	59
8.3- Análise de série de meios de pagamentos M3 .....	64
8.4- Análise de série de meios de pagamentos M4 .....	69
8.5- Análise de série do ndice de Produo industrial .....	74
9- CONCLUSÃO .....	79

## BIBLIOGRAFIA

## LISTA DE FIGURAS

FIGURA 1- Processo estocástico interpretado como uma família de trajetórias.....	8
FIGURA 2- Representação da tendência em uma série temporal .....	10
FIGURA 3- Representação do ciclo em uma série temporal .....	10
FIGURA 4- Representação da ocorrência de sazonalidade numa série temporal .....	11
FIGURA 5- Esquema ilustrativo dos modelos univariados.....	12
FIGURA 6- Fluxograma do ciclo iterativo de Box & Jenkins .....	13
FIGURA 7- Comportamento das funções de autocorrelação e autocorrelação parcial de um modelo MA (1).....	14
FIGURA 8- Comportamento das funções de autocorrelação e autocorrelação parcial de um modelo AR (1) .....	15
FIGURA 9- Gráfico do periodograma acumulado .....	23
FIGURA 10- Representação de um sistema dinâmico.....	27
FIGURA 11- Representação de um modelo dinâmico .....	33
FIGURA 12- Gráfico da variação percentual da série de meios de pagamento M1.....	54
FIGURA 13- Série original dos resíduos de M1.....	57
FIGURA 14- Periodograma acumulado dos resíduos de M1.....	58
FIGURA 15- Série original da variação percentual de M2.....	59
FIGURA 16- Série original dos resíduos de M2.....	62
FIGURA 17- Periodograma acumulado dos resíduos de M2.....	63
FIGURA 18- Série original da variação percentual de M3.....	64
FIGURA 19- Série original dos resíduos de M3.....	67
FIGURA 20- Periodograma acumulado dos resíduos de M3.....	68
FIGURA 21- Séries da variação percentual de M4.....	69

FIGURA 22- Série original dos resíduos de M4.....	72
FIGURA 23- Periodograma acumulado dos resíduos de M4.....	72
FIGURA 24- Gráfico da série original do índice da produção industrial.....	74
FIGURA 25- Série original dos resíduos do índice da produção Industrial .....	77
FIGURA 26- Periodograma acumulado dos resíduos da série do índice da Produção Industrial.	78

## LISTA DE TABELAS

TABELA 1- Parâmetros da série M1.....	54
TABELA 2- Intervenções feitas a série M1.....	55
TABELA 3- Parâmetros da série M1 com intervenção.....	55
TABELA 4- Parâmetros da série M2.....	60
TABELA 5- Intervenções feitas a série M2.....	61
TABELA 6- Parâmetros da série M2 com intervenção.....	61
TABELA 7- Parâmetros da série M3.....	65
TABELA 8- Intervenções feitas a série M3.....	66
TABELA 9- Parâmetros da série M3 com intervenção.....	66
TABELA 10- Parâmetros da série M4.....	69
TABELA 11- Intervenções feitas a série M4.....	70
TABELA 12- Parâmetros da série M4 com intervenção.....	71
TABELA 13-Relação entre meios de pagamento e o PIB no período de 1980-1988.....	73
TABELA 14- Parâmetros da série do índice da Produção Industrial .....	75
TABELA 15- Intervenções feitas a séries do índice de Produção industrial.....	76
TABELA 16- Parâmetros da série do índice de Produção.....	76

## LISTA DE QUADROS

QUADRO 1- Efeitos de Intervenção.....	36
QUADRO 2- Estrutura da Função de transferência.....	40

## 1 – INTRODUÇÃO

No decorrer de nossas vidas acontecem fenômenos que variam com o tempo e o homem tenta analisa-los para explicar alguns acontecimentos futuros.

A estes dados que variam com o tempo e representam alguma característica do fenômeno chamamos de série temporal.

Analisa-se os dados de uma série temporal com o objetivo de prever, prognosticar ou controlar de alguma forma o processo.

WILLIAN PLAYFAIR (1821), foi um dos primeiros a apresentar trabalhos onde aparecem dados relacionados com o tempo, sobre a situação crítica da agricultura dos Estados Unidos.

Por volta do século XIX, os fenômenos que ocorrem no tempo eram tratados de forma determinística, só no fim do século é que utilizou-se a moderna teoria estatística, lançando-se mãos dos conhecimentos matemáticos, criando-se os modelos estatísticos que hoje usamos.

Muitos modelos foram usados, mas na última década os mais populares são os modelos ARIMA, do qual a maioria dos outros modelos são apenas casos particulares. Box & Jenkins, criaram uma estrutura iterativa para o modelo, o qual é criado com base nos dados da própria série.

Algumas vantagens na utilização dos modelos Box & Jenkins são:

- a) O modelo é escolhido dentro de uma grande variedade de tipos;
- b) A escolha é baseada no próprio comportamento das observações da série;
- c) O modelo é parcimonioso quanto ao de parâmetros
- d) As observações obtidas são mais precisas.

Dentre as desvantagens, a de maior relevância é a determinação do modelo de previsão, pois, tem sido o maior obstáculo ao seu uso, dependendo da perspicácia e experiência do usuário.

A área de análise e previsão de séries temporais, é um campo bem definido dentro da estatística, que começou o seu desenvolvimento e aprimoramento na década de 70, devido a publicação de estudos feitos na época por Box & Jenkins (1970) e este trabalho chamou muito a atenção dos estatísticos. Quase que no mesmo ano surge o lado Bayesiano de previsão, proposto por Harrisom e Stevens em 1971.

Assim, tanto o lado clássico como o lado Bayesiano, durante toda a década de 70, como até nossos dias estão sendo melhorados com conseqüentes implementações metodológicas, sugeridas pela aplicação real destes métodos.

Muitas alternativas metodológicas foram desenvolvidas no domínio do tempo e no domínio da frequência, prova disto pode ser vista em Makridakis et alli (1982), onde são mostrados mais de 24 métodos de previsão, a maioria após 1970.

Sabe-se que a partir de uma série temporal pode-se realizar futuras previsões baseadas em seus dados históricos, mas por outro lado sabe-se que fenômenos fora da normalidade como geadas, tempestades, inundações, secas, greves, mudanças políticas, choques econômicos, guerras e outros tantos podem alterar o seu curso normal de desenvolvimento, afetando assim o estudo da série e suas previsões.

Ao realizar-se o estudo de uma série criamos um modelo que represente todas as suas características básicas. No momento de realizar-se as projeções da série deve-se informar ao modelo se existe ou não algum evento externo, como os citados acima que irão influenciar ou não a série.

A esta informação adicional, possível nos modelos ARIMA, chama-se de intervenção, que indica o período em que o evento externo ocorreu, incluindo no mesmo o seu efeito.

Intervindo assim na série, conseguir-se-á uma atualização dos dados, ou melhor, uma previsão com maior proximidade da realidade.

## **2 – MATERIAL E MÉTODOS**

### **2.1-OBJETIVOS**

- a) Estudar a teoria de Análise de Intervenção, para futuras previsões;
- b) Conceituar e caracterizar o estudo de Intervenção em séries temporais;
- c) Aplicar a metodologia desenvolvida às séries reais:
  - Meios de pagamento M1: papel moeda em poder público mais depósitos à vista.
  - Meios de pagamento M2: M1 mais títulos federais.
  - Meios de pagamento M3: M2 mais depósitos de poupança.
  - Meios de pagamento M4: M4 mais depósitos a prazo.
  - Índice da produção industrial.

### **2.2- Plano de trabalho**

Na primeira parte, dá-se uma visão geral sobre os modelos ARIMA e seus casos particulares, em seguida, trabalha-se com a Função de Transferência e por fim mostra-se a teoria da Análise de Intervenção, seus tipos e os procedimentos para estimá-los e testá-los.

### 3 – REVISÃO DE LITERATURA

TIAO, BOX E HAMMING (1975), utilizaram a análise de intervenção para os dados referentes a poluição de Los Angeles no período de janeiro de 1955 a dezembro de 1972. Com este estudo constataram que os mais sérios problemas que causaram irritações oculares e pulmonares, não são causados por poluentes primários, como o ozônio, mas sim de reações fotoquímicas entre alguns poluentes primários.

HIPEL et alli (1974), estudaram a vazão média anual do Rio Nilo, em Assua, Egito, de outubro de 1870 a outubro de 1945. A primeira barragem foi terminada em 1902 e o reservatório foi enchido pela primeira vez em 1902 e 1903. A construção da represa causou uma queda de cerca de 22 % na vazão média do rio. Utilizou-se a transformação logarítmica dos dados e estimaram dois modelos de intervenção e os autores chegaram a conclusão que houve efeito significativo na construção da represa e do enchimento do reservatório sobre a vazão do rio. Mostrando também que é de grande valia a análise de intervenção em recursos hidrológicos.

SABOIA (1976), utilizou a análise de intervenção para estudar o efeito da queda no padrão de vida sobre o índice de mortalidade infantil no município de São Paulo. Entre 1920 e 1961 houve um decréscimo acentuado na mortalidade infantil. Foi constatado que a maioria dos óbitos de crianças menores de um ano ocorre em família de baixo poder aquisitivo que dependem somente do salário mínimo.

HIPEL, Mc LEOD e BEAS (1977), estudaram a vazão mensal do rio South Saskatchewan, em Saskatoon, Canadá, de janeiro de 1942 a dezembro de 1974. Os padrões de vazão do rio foram alternados em janeiro de 1969 com a entrada em operação da represa Gardiner.

Conclui-se que a operação da represa afetou significativamente as vazões médias do rio. Há também, aumentos significativos na vazão de novembro a março.

Os autores sugerem, ainda que a análise de intervenção pode vir a ser utilizada para verificar os efeitos de mudança no uso de terra, como crescimento urbano, reflorestamento, construção e operação de represas, canais de desvios e outras, sobre os padrões de vazão de rios.

PACK (1977), utilizou a análise de intervenção para estudar a série de vendas de um certo remédio no período de janeiro de 1954 a junho de 1960, num total de 78 observações.

LEDOLTER et alii (1978), analisaram a poluição de New Jersey no período de janeiro de 1971 a junho de 1977. Os dados referiam-se a mediações horárias da concentração de monóxido de carbono (CO) em sete locais.

NEVES e FRANCO (1978), estudaram o efeito do depósito compulsório, instituído em 1976, sobre o movimento mensal de passageiros das linhas aéreas entre Brasil e Europa, de janeiro de 1970 a março de 1978.

Utilizou-se a transformação Box & Cox dos dados, para eliminar a heterocedasticidade, isto é, a variação do desvio padrão da série ao longo do tempo.

Para analisar o efeito da intervenção, os autores identificaram e estimaram um modelo ARIMA  $(1,0,0) \times (0,1,1)_{12}$ , para as observações anteriores a ela. Com esse modelo fizeram previsões para os meses seguintes, verificando que, com exceção do mês de junho de 1976, os valores previstos, concluindo que o efeito da intervenção foi significativo, ainda que relacionado a outras variáveis econômicas.

BHATTACHARYYA E LAYTON (1979), utilizaram a análise de intervenção para verificar a eficácia da legislação sobre o uso do cinto de segurança na diminuição do número de pessoas mortas em acidentes nas estradas de Queensland, no período de 1950 a 1973. Introduziu-se no modelo uma série de petróleo, como medida de volume de atividades de trânsito nas estradas, concluiu-se que a legislação teve efeito muito significativo sobre o número de mortes em acidentes.

D' ASTONS e HIPEL (1979), estudaram dados de qualidade da água em dois locais do Grand River, em Ontário, Canadá. Os dados são médias mensais de concentração de fósforo em miligramas por litro, tomadas a baixo das usinas de tratamento de esgotos. Utilizou-se séries de janeiro de 1970 a dezembro de 1976.

A análise de intervenção é utilizada para estudar a capacidade de um processo convencional de tratamento reduzir os níveis de fósforo na água. Os autores concluem que a introdução do tratamento teve efeito significativo, diminuindo as concentrações de fósforo nos locais de estudo.

PINO e MORETTIN (1981), previsão das séries de produção e produtividade de leite e café, explicadas por efeitos, diversos tais como abolição da escravidão, guerras mundiais, geadas, políticas governamentais etc. Estes efeitos são tratados na modelagem como séries explicativas constituídas de uma seqüência binária de "1" e "0", correspondendo à existência ou não dos fenômenos respectivos. Na literatura, este tipo de técnica é conhecida como Análise e Intervenção e as séries binárias correspondentes de "séries de intervenção".

BELL (1983) descreveu uma rotina de programa computacional para identificar três tipos de outliers para series temporais. Esses outliers podem ser representados como variáveis de intervenção da forma: impulso, degrau e impulso sazonal.

CAMARGO et alii (1985), mostram a metodologia de Box-jenkins, e desenvolvem-se um modelo de intervenção para analisar o comportamento do crescimento econômico e do processo inflacionário no período de janeiro de 1965 e dezembro de 1982, utilizando-se as taxas de crescimento do Produto Interno Bruto e os aumentos percentuais dos Índices de Preços por Atacado-Disponibilidade Interna. A análise feita mostra os períodos de aceleração e de desaceleração do crescimento econômico e da inflação.

HARVEY e DURBIN (1986), estudaram os efeitos da legislação do cinto de segurança sobre os acidentes de trânsito na Grã-Bretanha. Os dados mensais são analisados a fim de determinar os efeitos sobre as taxas de acidentes da lei do cinto de segurança introduzida em 31 de janeiro de 1983. Tal análise é conhecida como análise de intervenção. A forma de análise de intervenção foi baseada na modelagem estrutural de séries temporais.

Os dados examinados consistiam do número de pessoas gravemente feridas cada mês, para várias categorias de usuários do trânsito, para o período de janeiro de 1969 e dezembro de 1984. Com este estudo o uso de cintos de segurança por ocupantes de bancos dianteiros de carros e utilitários tornou-se obrigatório no Reino Unido em 31 de janeiro de 1983. A lei foi introduzida para um período de três anos, a qual foi prorrogada antes da expiração deste prazo.

As primeiras propostas de tal tipo de análise foram feitas na área de ciências sociais, com Campbell e Stanley (1966).

O termo intervenção foi introduzido por Glass (1972), baseado no artigo de Box e Tiao (1965). Conceitualmente, o modelo de intervenção é equivalente a modelo de função de transferência, onde a série de entrada é binária.

## 4 – DEFINIÇÕES E CONCEITOS BÁSICOS

Neste capítulo trata-se alguns conceitos básicos em séries temporais, para maior compreensão deste trabalho.

### 4.1 - Série Temporal

Uma série temporal é um conjunto numérico que produz uma seqüência de dados distribuídos no tempo.

Estes dados devem apresentar-se em tempos equidistantes, apresentando uma forte dependência serial.

Representamos uma série temporal da seguinte forma:

$$Z_1, Z_2, \dots, Z_n \quad \text{ou} \quad Z_t, t=1, 2, \dots, n.$$

onde  $n$  representa o tamanho da série.

Se  $Z_t$  é um conjunto de observações correlacionadas entre si e seguindo uma ordem cronológica de tempo temos uma série temporal discreta, o caso mais freqüente é aquele em que a série só pode ser descrita com uma distribuição de probabilidade, neste caso temos uma série não determinística.

Determinada a relação de dependência de  $Z_t$ , pode-se criar um modelo matemático para que a partir dele possamos fazer previsões dos valores futuros da série.

A série temporal  $Z_t$  pode ser discreta ou contínua, univariada ou multivariada e o tempo “ $T$ ” pode ser unidimensional ou multidimensional.

Uma série temporal tem por objetivo estudar o processo gerador da série; fazer previsões em função dos seus valores passados e descrever o comportamento da série.

Este estudo pode ser feito na análise do tempo utilizando-se a função de autocorrelação, ou no domínio da freqüência utilizando-se análise espectral.

Utilizamos séries estacionárias pois só assim tornaremos os efeitos sazonais aditivos, tornando a variância residual constante garantindo a ergodicidade do processo.

### 4.2 - Processo estocástico

É um conjunto de variáveis aleatórias distribuídas equiespaçadamente no tempo, definidas num mesmo espaço de probabilidade  $(\Omega, A, P)$ .

$$Z = \{Z(t), t \in T\}$$

O conjunto  $T$  é normalmente considerado como o conjunto dos inteiros  $Z$  ou conjunto dos  $R$ .

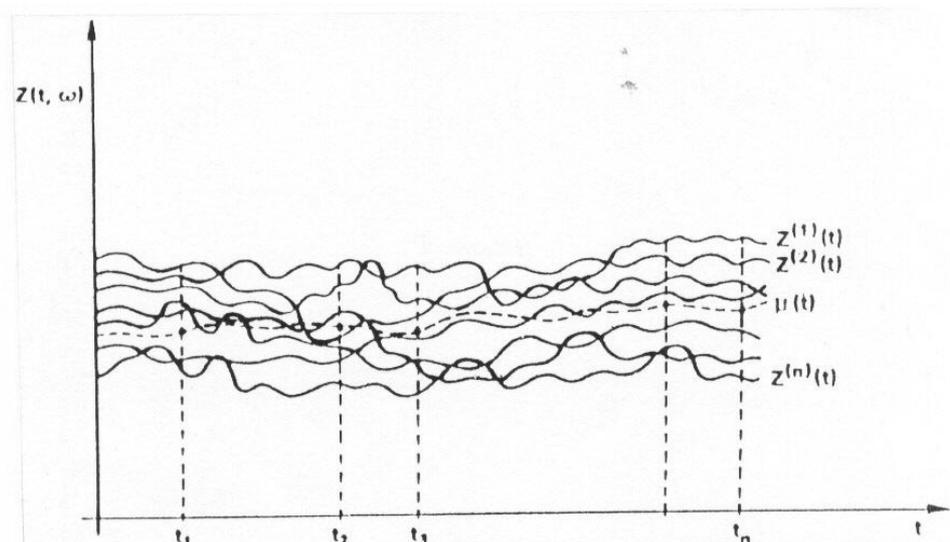


FIGURA 1- Processo estocástico interpretado como uma família de trajetórias.

### 4.3 - Processo estacionário

O conjunto de variáveis aleatórias  $Z = \{Z_t, t \in T\}$  é dito estacionário se as estatísticas do conjunto de dados não variar nos instantes  $t$  e  $t + k$ ,  $k = 0, 1, 2, \dots, n$ , ou seja:

$$E[Z_t] = E[Z_{t+k}]$$

$$\text{Var}[Z_t] = \text{Var}[Z_{t+k}]$$

Temos outros tipos de estacionariedades, tais como: processo estritamente estacionário e estacionariedade de segunda ordem.

### 4.4 - Processos homogêneos

Existem séries temporais que não são estacionárias tais como as séries econômicas e esta não estacionariedade pode ser transformada em estacionária através de diferenças sucessivas utilizando o operador diferença ( $\nabla Z_t$  ou  $\Delta Z_t$ ); logo teremos um processo não estacionário homogêneo.

$$\wedge Z_t = Z_t^1 = Z_t - Z_{t-1}$$

$$\wedge^2 Z_t = Z_t^2 = \wedge Z_t - \wedge Z_{t-1}$$

#### 4.5 - Ruído branco

É a seqüência de variáveis aleatórias não correlacionadas e identicamente distribuídas com média zero e variância constante.

$$a_t \sim N(0, \sigma^2)$$

#### 4.6 - Processo ergódico

Na prática é uma única série temporal que representa todo o processo. O processo ergódico descreve todas as características do processo estocástico, trabalhando através de amostras.

#### 4.7 - Modelo

É um artifício matemático que tem por fim representar a realidade na lei de seus efeitos, espelhando a representação formal de uma realidade empírica.

O modelo deve ser parcimonioso, fornecendo a racionalidade de todos os fatos empíricos considerados. Morettin (1985).

#### 4.8 - Análise dos componentes básicos de uma série temporal

Uma série temporal pode ser constituída dos seguintes elementos:

- Tendência ( $T_t$ )
- Ciclo ( $C_t$ )
- Sazonalidade ou Fator Sazonal ( $S_t$ )
- Erro ( $e_t$ )

Sendo representada da seguinte maneira:

$$\text{Dados} = \text{Modelo} + \text{Erro}$$

$$\text{Dados} = f(T_t, C_t, S_t) + \text{erro}$$

##### 4.8.1 - Tendência ( $T_t$ )

Representa o comportamento dos dados, podendo aumentar, diminuir ou permanecer constante.

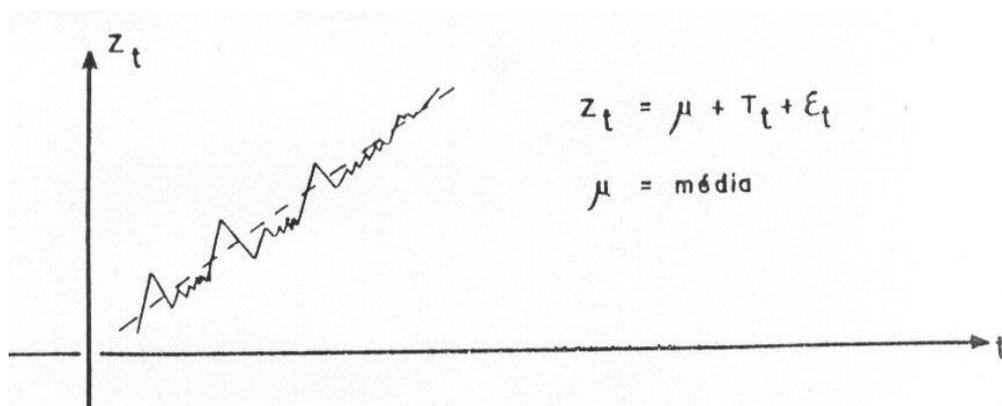


FIGURA 2- Representação da tendência em uma série temporal

#### 4.8.2 - Ciclo ( $C_t$ )

É o movimento da série que se repete ao longo dos períodos de tempo, tendo uma longa duração, a qual varia de ciclo para ciclo ou se repete em períodos muito curtos.

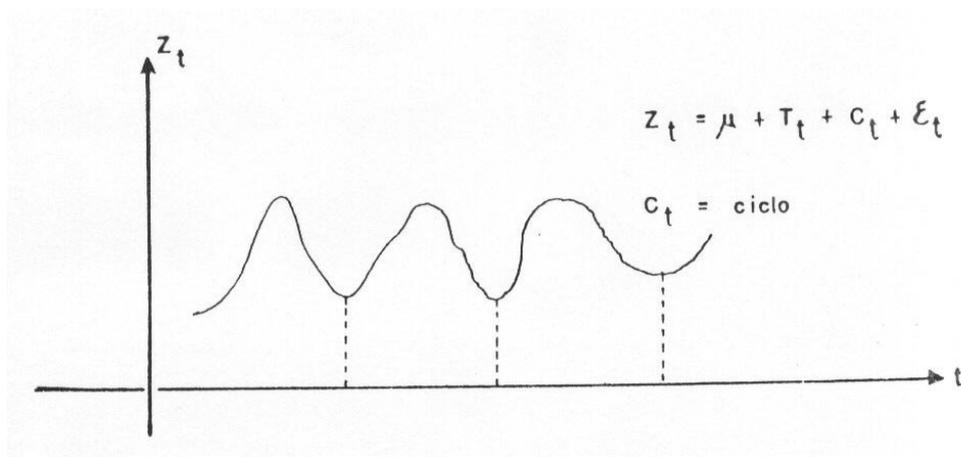


FIGURA 3- Representação do ciclo em uma série temporal

#### 4.8.3 - Sazonalidade ( $S_t$ )

Relata as flutuações periódicas de comprimento do período é denotado por "S".

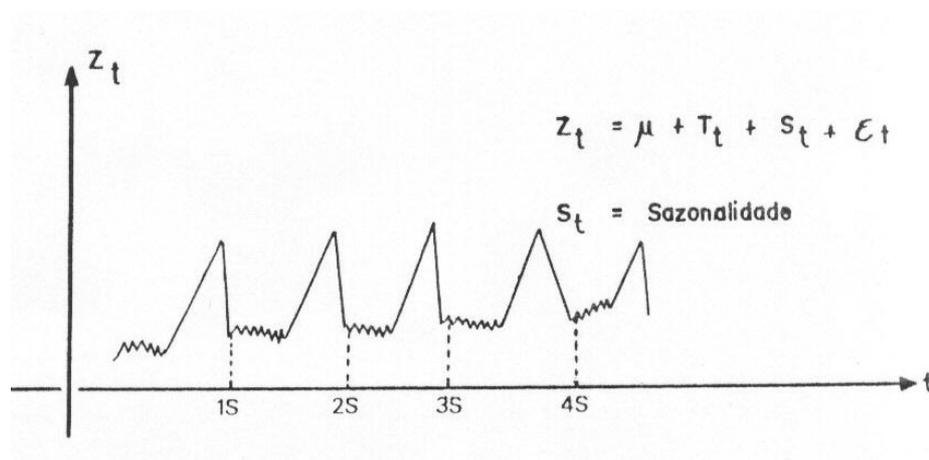


FIGURA 4- Representação da ocorrência de sazonalidade numa série temporal.

#### 4.8.4- Erro ( $E_t$ )

É tudo aquilo que não é explicado pelas outras componentes da série ou seja, é o que o modelo estimado não consegue captar.

Um erro é dito ruído branco quando a média de seus componentes é zero e a variância constante a estes são descorrelacionados indicando assim, que o modelo elaborado conseguiu explicar o máximo da série de dados.

$$\varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2)$$

## 5 - MODELOS UNIVARIADOS

São aqueles que baseiam-se somente na informação referente a série temporal em estudo.

Citaremos dois tipos de métodos, aqueles que levam em consideração tão somente a informação contida na série histórica  $Z_t$ , assim como aqueles que além das informações contidas em  $Z_t$  permitem a inclusão de outras informações relevantes na série histórica.

Esses métodos são baseados em estatística clássica e estatística bayesiana. Souza (1989).

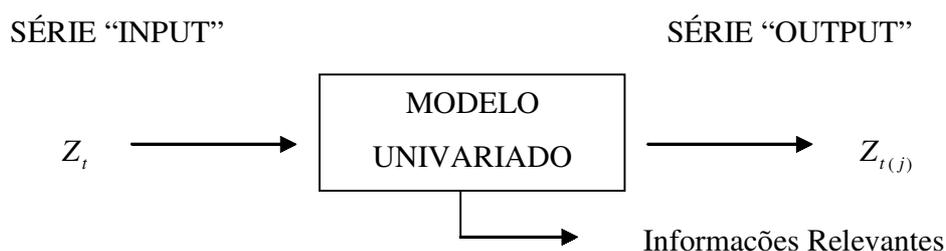


FIGURA 5 –Esquema ilustrativo dos modelos univariados.

### 5.1- Construção dos modelos univariados de Box & Jenkins

A estratégia utilizada para a construção de modelos pela metodologia Box & Jenkins é baseada no ciclo iterativo, figura 6 no qual a estrutura do modelo é formada pelos próprios elementos da série.

Uma classe geral de modelos é considerada para a análise. As etapas do ciclo iterativo são:

- Identificação da estrutura do modelo, feita através da análise da função de autocorrelação e função de autocorrelação parcial, função de autocorrelação expandida (FASE), função de correlação inversa (FACI), função de correlação inversa parcial (FACIP), critério AKAIKE, e outras ferramentas.

- Estimação feita através da maximização da função de verossimilhança condicional ou através do método de mínimos quadrados.

- Verificação do modelo ajustado através dos resíduos  $a_t$ . Se este for ruído branco o modelo é adequado, caso contrário, repete-se o ciclo iterativo.

- Previsão dos valores futuros utilizando o modelo adequado.



FIGURA 6- Fluxograma do ciclo iterativo de Box & Jenkins

Para a construção dos modelos de Box & Jenkins usaremos um processo estocástico e/ou de uma série temporal (realização do mesmo), pois estaremos assumindo um estacionário, ou seja, ergódico. Souza (1981).

### 5.1.1. Modelo médias móveis (MA)

O nome vem do fato que  $Z_t$  é uma função soma algébrica ponderada dos  $a_t$  que se movem no tempo. O nome em si não é exato, pois  $Z_t$  não é média, visto que os parâmetros  $\theta$ 's não somam obrigatoriamente a unidade.

O modelo tem  $\vartheta(B) = 1$  é chamado médias móveis.

Notação: MA (q) onde “q” é indica a ordem do modelo

$$\tilde{Z}_t = a_t + \theta_1 a_{t-1} + \dots + \theta_q a_{t-q}$$

$$\tilde{Z}_t = \theta(B) a_t$$

Exemplo:

$$MA(1) \rightarrow \tilde{Z}_t = a_t + \theta_1 a_{t-1}$$

$$MA(2) \rightarrow \tilde{Z}_t = a_t + \theta_1 a_{t-1} + \theta_2 a_{t-2}$$

$$\tilde{Z}_t = Z_t - \mu$$

a) Estacionariedade:

O processo é de ordem finita, logo será sempre estacionário.

b) Inversibilidade:

A série  $\pi(B)$  deve convergir para  $|B| < 1$  com  $\pi(B) = \theta^{-1} B$ , as raízes da equação devem cair fora do círculo unitário.

A identificação do modelo é feita através das autocorrelações parciais, sendo que a autocorrelação fornece a ordem do modelo:

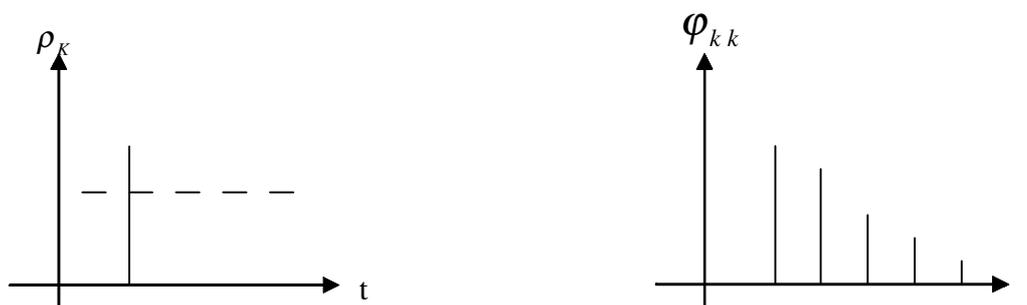


FIGURA 7- Comportamento das funções de autocorrelação e autocorrelação parcial de um modelo MA (1).

A autocorrelação apresentará um corte rápido no lagsignificativo, indicando a ordem do modelo, enquanto que a autocorrelação parcial decai exponencialmente se todos os parâmetros forem positivos. Caso contrário formará uma senóide amortecida.

### 5.1.2 - Modelo autorregressivo (AR)

O nome autorregressivo é do fato que  $Z_t$  no instante  $t$  é função dos  $Z$ 's no instantes anteriores a  $t$  e de um erro no instante  $t$ .

O modelo que contém  $\theta(B)=1$  é chamado modelo autorregressivo.

Notação: AR (p) onde "p" indica a ordem do modelo

$$\tilde{Z}_t = \varphi_1 \tilde{Z}_{t-1} + \varphi_2 \tilde{Z}_{t-2} + \dots + \varphi_p \tilde{Z}_{t-p} + a_t$$

$$\varphi(B) \tilde{Z}_t = a_t$$

Exemplo:

$$AR(1) \rightarrow \tilde{Z}_t = \varphi_1 \tilde{Z}_{t-1} + a_t$$

$$AR(2) \rightarrow \tilde{Z}_t = \varphi_1 a_{t-1} + \varphi_2 a_{t-2} + a_t$$

$$\tilde{Z}_t = Z_t - \mu$$

a) Estacionariedade:

Será estacionário se  $\varphi(B)$  converge para  $|B| \leq 1$  como  $\varphi(B) = 0$ , as raízes da equação devem cair fora do círculo unitário.

b) Inversibilidade:

O processo é de ordem finita, logo será sempre estacionário.

A identificação do modelo será feita através das funções de autocorrelação e autocorrelação parcial que indicam a ordem do modelo:



FIGURA 8- Comportamento das funções de autocorrelação e autocorrelação parcial de um modelo AR (1).

A autocorrelação parcial apresentará um corte rápido no lag significativo, indicando a ordem do modelo, enquanto que a correlação parcial decai exponencialmente, alternando ou não de sinal, em geral é uma mistura de exponenciais e ondas senoamortecidas.

### 5.1.3 - Modelo autorregressivo – médias móveis (ARMA)

Sendo o processo estocástico estacionário, usaremos um modelo ARMA quando o processo apresentar características que não permitam sua descrição através de uma

parametrização parcimoniosa de um processo puramente autorregressivo ou puramente médias móveis, pelo fato de seu comportamento incluir características de ambos os tipos de processos então, consideramos um modelo misto, ou seja, é o modelo que tem uma parte AR(p) com  $\varphi(B) \leq 1$  com uma MA(q) com  $\theta(B) \leq 1$ .

Notação: ARMA (p,q) onde “p” indica a ordem AR e “q” a ordem MA do modelo.

$$\tilde{Z}_t + \varphi_1 \tilde{Z}_{t-1} + \dots + \varphi_p \tilde{Z}_{t-p} = a_t + \theta_1 a_{t-1} + \dots + \theta_q a_{t-q}$$

$$\tilde{Z}_t + \varphi_1 B \tilde{Z}_t + \dots + \varphi_p B^p \tilde{Z}_t = a_t + \theta_1 B a_t + \dots + \theta_q B^q a_t$$

$$\tilde{Z}_t (1 + \varphi_1 B + \dots + \varphi_p B^p) = a_t (1 + \theta_1 B + \dots + \theta_q B^q)$$

onde:

$$\varphi_1(B) = 1 + \varphi_1 B + \dots + \varphi_p B^p$$

$$\theta(B) = 1 + \theta_1 B + \dots + \theta_q B^q$$

$$\tilde{Z}_t = Z_t - \mu$$

$$B^m = Z_{t-m}$$

Logo,

$$\tilde{Z}_t = \varphi(B) a_t = a_t \theta(B)$$

$$\tilde{Z}_t = \varphi(B^{-1}) \theta(B) a_t$$

$$\text{Ex.: } ARMA(2,2) \rightarrow (1 + \varphi_1 B + \varphi_2 B^2) Z_t = (1 + \theta_1 B + \theta_2 B^2) a_t$$

$$MA(q) \rightarrow ARMA(0,q)$$

$$AR(q) \rightarrow ARMA(q,0)$$

Deve-se ressaltar que um modelo ARMA equivale a um modelo AR com infinitos parâmetros, ou um modelo MA com outro conjunto infinito de parâmetros. Assim, um modelo ARMA (p,q) inclui os modelos AR (p) e MA (q) com uma grande economia de parâmetros.

(Princípio da parcimônia de Box & Jenkins)

a) Estacionariedade

Será estacionária se as raízes da parte autorregressiva caírem fora do círculo unitário  $\varphi(B)=0$ .

b) Inversibilidade

Será inversível se as raízes da parte de média móveis caírem fora do círculo unitário;  $\theta(B)=0$ .

A função de autocorrelação de um processo ARMA (p, q) consiste em uma mistura de exponenciais e/ou senóides amortecidas, se  $q < p$ ; se  $q \geq p$ , os primeiros  $q - p - 1$  valores não seguirão este padrão.

#### 5.1.4- Modelos não estacionários (ARIMA)

Até agora, obtivemos a partir de um processo de ruído branco  $a_t$ , um processo  $Z_t$  estacionário porém com relação de dependência. Como os processos encontrados na vida prática são raramente estacionários, temos que encontrar algum tipo de operador que produz a partir de  $Z_t$  um processo estacionário.

Consideramos nesta modelagem somente os processos chamados não estacionários homogêneos. Aquela classe de processos não estacionários para os quais as diferenças sucessivas produzem um processo estacionário. Nelson (1978).

Dada uma série  $Z_t$ , a primeira diferença de  $Z_t$  é definida por:

$$\Delta Z_t = Z_t - Z_{t-1}$$

Genericamente, a d-ésima diferença de  $Z_t$  é definida por:

$$\Delta^d Z_t = \Delta(\Delta^{d-1} Z_t)$$

Assim,

$$\Delta^2 Z_t = \Delta(Z_t - Z_{t-1})$$

$$\Delta^2 Z_t = Z_t - 2 Z_{t-1} + Z_{t-2}$$

Estas séries são não estacionárias homogêneas, pois com um número finito de diferenças, conseguimos estaciona-las.

Dada  $Z_t$ , não estacionária, se  $W_t = \Delta^d Z_t$ , for estacionária podemos representar  $W_t$  por um modelo ARMA (p,q), isto é:

$$\vartheta(B)W_t = \theta(B)a_t$$

Dizemos que  $Z_t$  segue um modelo autorregressivo integrado de médias móveis, ARIMA (p, d, q).

$$\vartheta(B)\Delta^d Z_t = \theta(B)a_t \quad (5.1)$$

Como  $\Delta Z_t = (1-B) Z_t$ , vemos que  $\Delta = 1-B$  e (5.1) pode ser escrito como:

$$\vartheta(B)(1-B)^d Z_t = \theta(B)Z_t$$

Na maioria dos casos é suficiente tomar  $d= 1$  ou  $2$  diferenças para que  $\Delta^d Z_t$  seja estacionária.

Séries que apresentam periodicidade podem ser modeladas através de um modelo ARIMA sazonal, da forma:

$$\vartheta(B)\theta(B^S)\Delta^d \Delta_S^D Z_t = \theta(B)\theta(B^S)a_t \quad (5.2)$$

onde  $S$  é o período da sazonalidade que pode ser trimestral, semestral ou anual conforme o caso.

$$\Delta_S = 1-B^S$$

É o operador diferença sazonal,  $D$  é o número de diferenças sazonais,  $\phi(B^S) = 1 + \phi_1 B^S + \dots + \phi_p^{SP}$  é o operador autorregressivo sazonal de ordem  $P$  e  $\phi(B^S) = 1 + \phi_1 B^S + \dots + \phi_Q B^{SQ}$  é o operador de médias móveis sazonal de ordem  $Q$ .

A equação (5.2) implica que devemos tomar  $d$  diferenças sazonais da série  $Z_t$ , de modo que a série

$$Y_t = \Delta^d \Delta_S^D Z_t = (1-B)^d (1-B^S)^D X_t \quad (5.3)$$

seja estacionária.

O modelo (5.3) é denominado ARIMA sazonal de ordem (p, d, q) (p, D, Q)<sub>s</sub>.

Exemplo:

ARIMA (0, 1, 1) (0, 1, 1)<sub>12</sub> tem a seguinte forma:

$$(1-B)(1-B)^{12} Z_t = (1-\theta B)(1-\theta B^{12}) a_t$$

## 5.2- Verificação de validade do modelo através de testes estatísticos

### 5.2.1- Sobrefixação

O teste de ‘sobrefixação’ consiste, basicamente, na elaboração de um modelo com um número de parâmetros superior ao do modelo fixado, que cubra as supostas direções de discrepâncias. Este modelo mais elaborado é submetido à análise (basicamente, à estimação dos seus parâmetros), que indicará a necessidade ou não de parâmetros adicionais. Com este teste estamos tentando corrigir algum erro que porventura tenha sido cometido quando da identificação do modelo. Isto porque, sendo a identificação de modelos feita através de estimadores da autocorrelação e da autocorrelação parcial, poderia acontecer de alguns valores estimados subfixarem (ou sobrefixarem) os valores de ‘p’ e ‘q’.

### 5.2.2. Teste de comparação das autocorrelações

Comparam-se as autocorrelações estimadas a partir da série com as correspondentes correlações.

Se o modelo identificado para uma série  $Z_t$  for um ARIMA (p, d, q)

$$\vartheta(B)\nabla^d Z_t = \theta(B) a_t$$

Podemos definir uma série  $Y_t$  tal que:

$$Y_t = \vartheta(B)\nabla^d Z_t \tag{5.4}$$

$$Y_t = \theta(B) a_t \tag{5.5}$$

Através de (5.4) e dos parâmetros  $\hat{\vartheta}$ 's, podemos determinar a série  $Y_t$  e, a partir dela, estimar o seu correlograma  $\hat{\rho}_y(k)$ ;  $k = 1, 2, \dots$ .

Da equação (5.5), podemos determinar a função geradora da autocovariância de  $Y_t$ .

$$\gamma_t = [\theta(B) \theta(B)^{-1}] \sigma^2 a \tag{5.6}$$

Utilizando os  $\hat{\theta}$ 's e o estimador de variância dos resíduos, podemos através da equação (5.6) calcular o correlograma de  $Y_t$ .

$$[\rho_y(k) | \theta = \hat{\theta}; \sigma^2 a]$$

que comparando com  $\hat{\rho}_y(k)$ , pode fornecer uma indicação de veracidade do modelo testado.

### 5.2.3- Teste da autocorrelação residual

Estimados  $\hat{\varphi}$  e  $\hat{\theta}$ , então

$$\hat{a}_t = \hat{\theta}^{-1}(B)Z_t$$

são os resíduos estimados. Se o modelo for adequado, os  $\hat{a}_t$  deverão estar próximos dos  $a_t$  e, portanto deverão ser aproximadamente não-correlacionados. Se  $\hat{r}_k$  indicarem as autocorrelações dos resíduos  $\hat{a}_t$ , então deveríamos ter  $\hat{r}_k \cong 0$ . Devemos ter aproximadamente:

$$\hat{r}_k \sim N(0, 1/n)$$

Sempre sob a suposição de que o modelo ajustado é apropriado. As autocorrelações  $\hat{r}_k$  são calculadas por

$$\hat{r}_k = \frac{\sum_{t=k-1}^n \hat{a}_t \hat{a}_{t-k}}{\sum_{t=1}^n \hat{a}_t^2}$$

O desvio padrão de  $\hat{r}_k$  pode ser consideravelmente menor que  $1/\sqrt{n}$ , especialmente para pequenos valores de  $k$ .

### 5.2.4.- Teste de Box & Pierce (Portmanteau teste)

Sugerido por 1970, por Box & Pierce, para testar as autocorrelações dos resíduos, o teste não detecta quebras específicas no comportamento do ruído branco, pode indicar se esses valores são muito altos.

Se o modelo for apropriado a estatística:

$$Q = n(n+2) \sum_{i=1}^k \frac{r^2 i(\hat{a})}{n-k},$$

tem uma distribuição de  $X^2$  com  $k-p-q$  graus de liberdade.

A hipótese de ruído branco para os resíduos é rejeitada para valores grandes de  $Q$ . Em geral basta tomar as primeiras 20 ou 25  $\hat{r}_i$  observações.

### 5.2.5- Teste da correlação cruzada

A verificação das autocorrelações  $\hat{r}_k$  fornece informações sobre novos termos de médias móveis a serem incluídos no modelo. Se  $|\hat{r}_j| > 2 / \sqrt{n}$ , neste termo deve ser incluído no modelo.

O teste de correlação cruzada é feito com os valores passados da série e o valor presente do ruído.

Se o modelo é adequado, então  $a_t$  e  $Z_{t-k}$  são independentes para  $k \geq 1$ , logo  $Cov \{a_t, Z_{t-k}\} = 0, k \geq 1$ . Isto sugere investigar a função de correlação cruzada (fcc).

$$s_k = \frac{\sum a_t (Z_{t-k} - \bar{Z})}{\left[ \sum a_t^2 \sum (Z_t - \bar{Z})^2 \right]^{1/2}}, k=1, 2, 3, \dots$$

Se para um dado  $k_0$ ,  $S_{k_0}$  tem um valor grande, isto sugere que o modelo é inadequado. Como não conhecemos os verdadeiros  $a_t$ , consideramos os resíduos estimados  $\hat{a}_t$  e substituímos  $s_k$  por

$$\hat{s}_k = \frac{\sum_{t=k+1}^n \hat{a}_t (Z_t - k - \bar{Z})}{\left[ \sum_{t=1}^n \hat{a}_t^2 \sum_{t=1}^n (Z_t - \bar{Z})^2 \right]^{1/2}}, k=1, 2, 3, \dots$$

Se  $z_t$  é estacionário, com fac  $\rho_k$ , então:

$$E(S_k) = 0$$

$$VAR(S_k) \Rightarrow \frac{1}{n-k} \cong \frac{1}{n}, k > 0$$

$S_k$  será significativamente diferente de zero se  $|s_k| > 2 / \sqrt{n}$ .

### 5.2.6- Teste do periodograma acumulado

Suponha que  $a_t; t=1, \dots, n$ ; sejam observações de um processo estocástico, um estimador do espectro do processo é:

$$I_a(f i) = \frac{2}{n} \left[ \left( \sum_{t=1}^n a_t \cos \frac{2\pi i}{n} t \right)^2 + \left( \sum_{t=1}^n a_t \operatorname{sen} \frac{2\pi i}{n} t \right)^2 \right]$$

$0 < f i < 1/2$ , chamado periodograma acumulado. Um pico na frequência  $f i = i/n$  indica uma periodicidade no período  $1/f i$ . Este estimador foi proposto no início dos estudos em análise espectral que de série temporais para detectar periodicidades nos dados.

$$P(f i) = \frac{1}{N} \sum_{j=i}^i I(f i)$$

ou

$$C(f i) = \frac{P(f i)}{\hat{\sigma}_a} = \frac{1}{N \hat{\sigma}_a} \sum_{j=1}^{\delta} I(f j)$$

Este é o estimador não tendencioso do espectro acumulado.

### 5.2.6.1- Aplicação do teste

A partir dos resíduos estimados  $\hat{a}_t$ , calculamos:

1-  $I f(i), i=1, 2, \dots, N/2$

2-  $C f(i), P(f i) / \hat{\sigma}_a^2$

onde  $P(f i) = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^i I(f j)$

3- Limites de probabilidade

Aplicando o teste Smirnov-Kolmogorov, podemos obter limites  $\pm d$  em torno da linha teórica.

$$d = \frac{k \alpha}{\sqrt{q}}; q = (N-2)/2 \rightarrow N \text{ par}$$

$$= (N-1)/2 \rightarrow N \text{ ímpar}$$

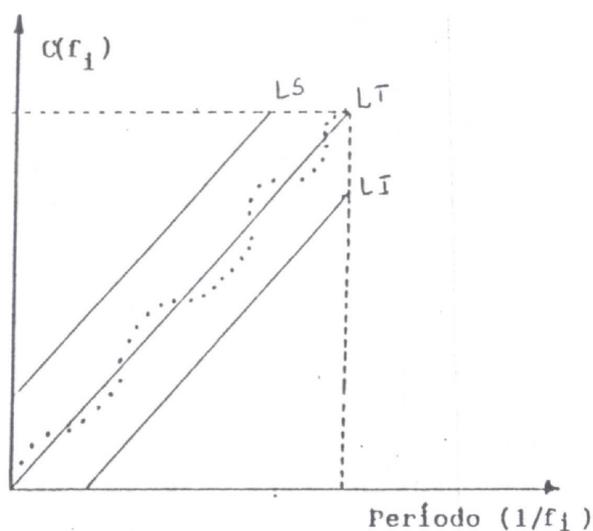


FIGURA 9 – Gráfico do periodograma acumulado

Se os pontos estiverem dentro dos limites de confiança será ruído branco, caso contrário não será.

### 5.2.7 – Análise de séries dos resíduos

Serve para mostrar ou não a adequação do modelo ou para modificar o modelo encontrado. Por exemplo, inicialmente identifica-se o modelo:

$$\varphi_0(B)\Delta^d Z_t = \theta_0(B)\eta_t \quad (5.7)$$

Suponha que os resíduos  $\eta_t$  do modelo ajustado não sejam aleatórios. Podemos descrever os resíduos através do modelo:

$$\bar{\varphi}(B)\Delta^{\bar{d}} b_t = \bar{\theta}(B)a_t \quad (5.8)$$

Substituindo (5.7) em (5.8), temos um novo modelo:

$$\Phi_0(B)\bar{\varphi}(B)\Delta_0^d \Delta^{\bar{d}} Z_t = \theta_0(B)\bar{\theta}(B)a_t,$$

cujos resíduos são aleatórios, e que deverá ser ajustado aos dados. O ciclo de identificação, estimação e verificação deve ser continuado, até que o modelo satisfatório seja encontrado.

### 5.3 – Estimação dos parâmetros

Feita a identificação do modelo genérico ARIMA (p, d, q) que melhor representa a série em estudo passa-se a obtenção de estimativas para os parâmetros do modelo identificado.

A estimação dos parâmetros, significa a obtenção de “p” estimativas para os parâmetros  $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_p$  e “q” estimativas para os parâmetros  $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_q$ , além de variância do ruído,  $\sigma_a^2$ , ou seja  $p + q + 1$  parâmetros no vetor  $\underline{\epsilon} = (\varphi, \theta, \sigma_a^2)$ .

Aqui, quando  $d > 0$ , estamos supondo  $\mu = 0$ . Caso contrário,  $\mu$  é incluído como mais um parâmetro a ser estimado e teremos  $p + q + 2$  parâmetros. Seja  $\eta = (\varphi, \theta)$ .

Para estimação dos parâmetros pode-se utilizar dois métodos que são: o de mínimos quadrados ordinários e o método da máxima verossimilhança.

Para se determinar as estimativas de máxima verossimilhança (EMV) será necessário supor que o processo  $a_t$  seja normal, ou seja, para cada  $t, a_t \sim (0, \sigma_a^2)$ . Nestas condições, os EMV serão aproximadamente os estimadores de mínimos quadrados (EMQ).

O método de máxima verossimilhança consiste em achar grandezas populacionais que gerem os valores que mais se assemelhem aos da amostra observada, ou seja, o método consiste em selecionar aqueles estimadores que maximizam a probabilidade de se obter a amostra realmente observada.

O método de mínimos quadrados, tem o objetivo de estimação de um modelo ARIMA (p,d,q). Para isso, passa-se a achar o vetor autorregressivo  $\underline{\varphi}$  e o vetor dos parâmetros médias móveis  $\underline{\theta}$  tais que minimizem a soma das diferenças quadradas entre os pontos observados na amostra e o esperado pela estimativa obtida com estes parâmetros estimados. Simbolicamente deve-se achar  $\underline{\varphi}, \underline{\theta}$  tais que  $S(\underline{\varphi}, \underline{\theta}) = \sum a_t^2$  seja um mínimo.

Tornando-se  $d$  diferenças para alcançar estacionariedade, ficamos com  $n = N - d$  observações  $Z_1, \dots, Z_n$ , onde  $W_t = \Delta^d Z_t$ . Como o modelo ARMA (p, q) resultante é estacionário e inversível, podemos escrever

$$a_t = \tilde{Z}_t - \varphi_1 \tilde{Z}_{t-1} - \dots - \varphi_p \tilde{Z}_{t-p} + \theta_1 a_{t-1} + \dots + \theta_q a_{t-q} \quad (5.9)$$

onde  $\tilde{Z}_t = Z_t - \mu$

#### 5.4 – Previsão para modelos univariados

Dentro do fluxograma operacional dos métodos de Box & Jenkins apresentado anteriormente, está a última parte de aplicação do método. Para seu acesso necessitamos que o modelo para a série já tenha sido identificado, seus parâmetros estimados e que tenha passado pelo teste estatístico de adequação do modelo.

Consideramos o modelo ARIMA escrito em sua forma geral:

$$\varphi(B) \nabla^d \tilde{Z}_t = \theta(B) a_t \quad (5.10)$$

Podemos assim, obter três formas possíveis para escrever as equações do modelo (5.10), onde em cada uma delas tentamos explicar a série original  $Z_t$ . Para melhor compreensão das equações que apresentamos a seguir vamos considerar em (5.10) o polinômio  $\varphi'(B)$ , onde:

$$\varphi'(B) = \varphi(B) \nabla^d,$$

que fornece para (5.10):

$$(1 - \varphi'_1 B - \varphi'_2 B^2 - \dots - \varphi'_{p+d} B^{p+d}) Z_t = (1 - \theta_1 B^1 - \dots - \theta_q B^q) a_t \quad (5.11)$$

Serão apresentadas três formas de explicitação de  $Z_t$ , todas obtidas através de formulação do modelo descrito pela equação (5.11).

a)  $Z_t = f(Z_{t-j}, a_{t-i})$ , com  $j=1, \dots, p+d$  e  $i=0, \dots, q$

“O valor atual da série  $Z_t$  é função dos valores anteriores  $Z_{t-j}$  e um atual e anterior dos resíduos  $a_t$ .”

Esta forma é obtida diretamente da equação (5.11) que fornece:

$$Z_t = \varphi'_1 Z_{t-1} + \varphi'_2 Z_{t-2} + \dots + \varphi'_{p+d} Z_{t-(p+d)} + a_t + \theta_1 a_{t-1} + \dots + \theta_q a_{t-q} \quad (5.12)$$

b)  $Z_t = f(a_{t-j})$ , com  $j = 0, 1, 2, \dots$

“O valor atual da série em função dos valores dos resíduos  $a_t$  atual e anterior”.

Podemos escrever esta equação da seguinte maneira:

$$Z_t = \sum_{j=0} \Psi_j a_{t-j} = \Psi(B) a_t \quad (5.13)$$

onde:

$$\Psi(B) = 1 - \Psi_1 B - \Psi_2 B^2 - \dots$$

ou seja  $Z_t$  é a saída de um filtro linear  $\Psi(B)$ , cuja entrada é a seqüência de ruídos brancos  $a_t$ .

Os parâmetros  $\Psi_1, \Psi_2, \dots$ , do polinômio  $\Psi(B)$  podem ser obtidos diretamente de (5.13) e da própria definição de  $\Psi(B)$ , isto é:

$$\Psi(B) = \varphi^{-1}(B) \cdot \theta(B)$$

Obtendo os parâmetros  $\Psi_1, \Psi_2, \dots$ , igualando-se os coeficientes de mesmo grau em B na igualdade acima.

$$c) Z_t = f(Z_{t-j}, a_t) \text{ com } j=1, 2, \dots$$

“Valor atual da série  $Z_t$  em função dos valores anteriores  $Z_{t-j}$  e do valor atual do resíduo  $a_t$ .”

$$a_t = \Psi^{-1}(B) Z_t \text{ ou } a_t = \pi(B) Z_t$$

$$\text{onde: } \pi(B) = 1 - \sum_{j=1}^{\infty} \pi_j B_j$$

Desta forma, explicitando para  $Z_t$  obteríamos:

$$Z_t = (\pi_1 B + \pi_2 B^2 + \dots) Z_t + a_t$$

os coeficientes  $\pi_j$ 's de  $\pi(B)$  podem ser obtidos da mesma forma que os  $\Psi$ 's.

Sob o ponto de vista do cálculo das previsões, a formulação (a) é mais simples para escrever o modelo de previsão, razão pela qual adotaremos para a descrição do algoritmo geral da previsão.

Notação:  $Z_{t+\ell}$ ;  $\ell \geq 1$ : valor teórico a ser previsto  $\ell$  passos - à - frente a partir da origem t.

$Z_t(\ell)$ ; previsão obtida pelo modelo do valor  $Z_{t+\ell}$  (previsão feita na origem t,  $\ell$  - passos - à - frente).

A equação geral de previsão é obtida diretamente da equação (a) para  $t \rightarrow t + \ell$

$$Z_{t+\ell} = \varphi_1^* Z_{t+\ell-1} + \dots + \varphi_p^* Z_{t+\ell-p} + a_{t+\ell} + \theta_1 a_{t+\ell-1} + \dots + \theta_q a_{t+\ell-q} \quad (5.14)$$

onde:  $p^* = p + d$ ;  $\varphi_i^* = \varphi_i$ .

## 6 – MODELO DE FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA

É comum em muitas áreas do conhecimento, modelar relações entre variáveis, no sentido de estabelecer padrões de causalidade ou “feedback” entre elas (MORETTIN e TOLOI, 1979).

O caso mais simples é aquele onde temos uma “variável de entrada”  $X_t$  e uma “variável de saída”  $y_t$ , de modo a formar um sistema dinâmico.



FIGURA 10 – Representação de um sistema dinâmico

Um dos objetivos do sistema dinâmico pode ser a previsão de série  $Y_t$ , com base em valores passados e presentes de  $X_t$  e  $Y_t$ , usando o modelo:

$$Y_t = \alpha_1 Y_{t-1} + \dots + \alpha_p Y_{t-p} + \beta_0 X_t + \beta_1 X_{t-1} + \dots + \beta_q X_{t-q} + \eta_t \quad (6.1)$$

onde  $\alpha_1, \dots, \alpha_p, \beta_0, \dots, \beta_q$  são parâmetros a serem estimados e  $\eta_t$  é o ruído, em geral um ARIMA (p, d, q).

Considerando uma série temporal bivariada  $(X_t, Y_t)$  com  $t \in Z = \{0, \pm 1, \pm 2, \dots\}$ , de tal modo que  $X_t$  seja a série de entrada e  $Y_t$  a série de saída do sistema dinâmico.

A ligação entre  $X_t$  e  $Y_t$  pode ser de qualquer tipo, mas nos interessaremos no caso em que a relação for linear.

$$Y_t = \sum_{j=0}^{\infty} V_j X_{t-j}, \quad t \in Z \quad (6.2)$$

Utilizando o operador retroativo B,  $B X_t = X_{t-1}$ , podemos escrever (6.2) na forma

$$Y_t = (V_0 + V_1 B + V_2 B^2 + \dots) X_t \quad (6.3)$$

onde os V's são as funções respostas de impulsos do sistema, logo temos:

$$Y_t = V(B) X_t \quad (6.4)$$

A relação (6.4) é um filtro linear ou modelo de função de transferência (MFT) linear e  $v(B)$  é a função de transferência (FT).

O sistema será estável se  $V(B)$  converge para  $|B| \leq 1$ . Significa que incrementos finitos na entrada da  $X_t$  produzem incrementos finitos na saída.

### 6.1 – Modelos de função de transferência discreta

Generalizando (6.4) e considerando um termo de ruído e o modelo :

$$Y_t = V(B) X_t + \eta_t \quad (6.5)$$

$\eta_t$  não é necessariamente ruído branco, usualmente segue um modelo ARIMA (p, d, q), ou seja:

$$\varphi(B) (1 - B)^d = \theta(B) a_t$$

onde  $\varphi(B)$  é o operador autorregressivo de ordem p e  $\theta(B)$  é o operador médias móveis de ordem q e  $a_t$  é o ruído branco seguindo  $N \approx (0, \sigma_a^2)$ .

Freqüentemente o modelo (6.5) é não parcimonioso, no sentido de haver necessidade de estimar muitos  $V_j$ . Entretanto, se  $V(B)$  for uma função racional, podemos escrevê-la:

$$V(B) = \frac{W(B) B^b}{\delta(B)} \quad (6.6)$$

onde:

$$\begin{aligned} W(B) &= W_0 - W_1 B - W_2 B^2 - \dots - W_s B^s \\ \delta(B) &= 1 - \delta_1 B - \delta_2 B^2 - \dots - \delta_r B^r \end{aligned}$$

são polinômios finitos de graus s e r, respectivamente.

b significa um atraso na resposta à entrada para admitir um efeito de retardo na entrada, ou seja, é um parâmetro de defasagem.

Se b difere de zero indica que  $V_0 = V_1 = \dots = V_{b-1} = 0$ .

$$Y_t = V(B) X_t + \eta_t$$

$$Y_t = \frac{W(B) B^b}{\delta(B)} X_t + \eta_t$$

$$\delta(B) Y_t = W(B) B^b X_t + \eta_t \quad (6.7)$$

Comparando (6.5) com (6.7) temos

$$V(B) \delta(B) = W(B) B^b \quad (6.8)$$

De (6) temos que o modelo de função de transferência discreto será estável se as raízes da equação característica  $\delta(B)=0$  caírem fora do círculo unitário.

O número total de parâmetros de uma função de transferência é:

$d_1 \rightarrow$  diferenciações na saída ( $\nabla_1^d Y_t$ )

$d_2 \rightarrow$  diferenciações na saída ( $\nabla_2^d Y_t$ )

$r \rightarrow$  grau do polinômio  $\delta(B)$

$s \rightarrow$  grau do polinômio  $W(B)$

$p \rightarrow$  grau do polinômio  $\varphi(B)$

$q \rightarrow$  grau do polinômio  $\theta(B)$

$b \rightarrow$  lag do retardo.

Os gráficos a seguir apresentam  $V_b$  sem nenhum padrão e  $V_{b+1}, V_{b+2}, \dots$  seguindo uma senóide amortecida, indicando que as raízes de  $\delta(B)=0$ , neste caso, são complexas. Para raízes reais teríamos uma soma de exponenciais.

Uma equação de diferença de ordem ‘1’ cuja solução é do tipo:

$$r=0 \Rightarrow v_k = 0$$

$$r=1 \Rightarrow v_k \text{ tem um decrescimento exponencial}$$

$$r=2 \Rightarrow v_k \text{ tem um comportamento de senóide amortecida (Raízes complexas).}$$

Encontrado no gráfico  $\hat{v}_r \times k$  o lag  $k^*$ , a partir do qual verifica-se uma das situações onde  $r = 0$ ,  $r = 1$  ou  $r = 2$  em  $v_k$ , identificamos “s” pela relação:

$$S = K^* - b - 1 \quad (6.9)$$

A partir dos  $\hat{v}_k$ 's estimados, gera-se a série de resíduos  $\hat{\eta}_t$ , ou seja

$$\hat{\eta}_t = Y_t - \hat{v}(B) X_t \quad (6.10)$$

estima-se o correlograma e o parcial de  $\hat{\eta}_t$  para se identificar p e q .

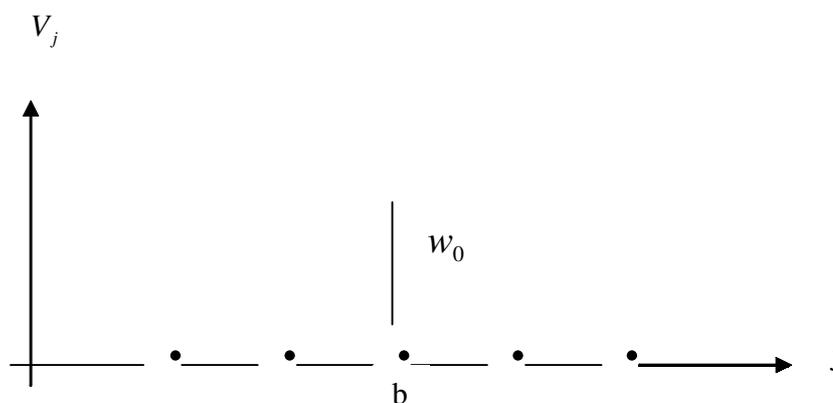
Verifica-se com exemplos que segue

**Exemplo 1** – Se  $r = s = 0$ , de (6.6) teremos

$$V_0 + V_1 B + V_2 B^2 + \dots = W_0 B^b$$

ou seja:

$$Y_t = W_0 X_{t-b}$$



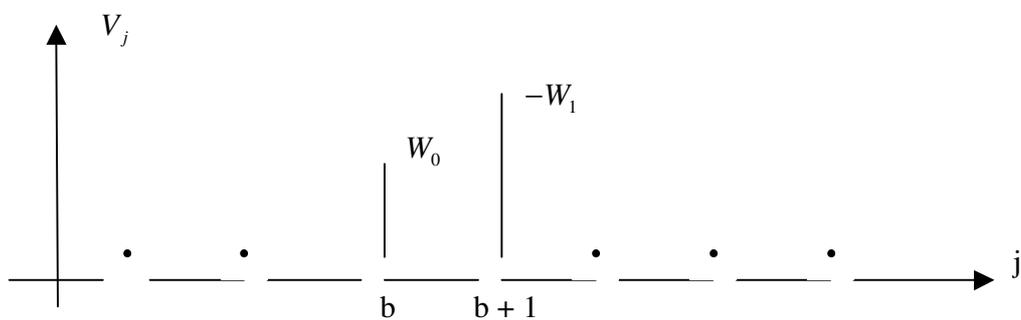
$$V_j = 0, j < b ; V_j = W_0, j = b \text{ e } V_j = 0, j > b$$

**Exemplo 2** – Se  $r = 0$ ,  $s = 1$ , encontramos

$$Y_t = (W_0 - W_1 B) X_{t-b}$$

$$V_j = 0, j < b ; V_j = W_0, j = b ; V_j = -W_1, j = b + 1$$

$$V_j = 0, \quad j > b + 1$$



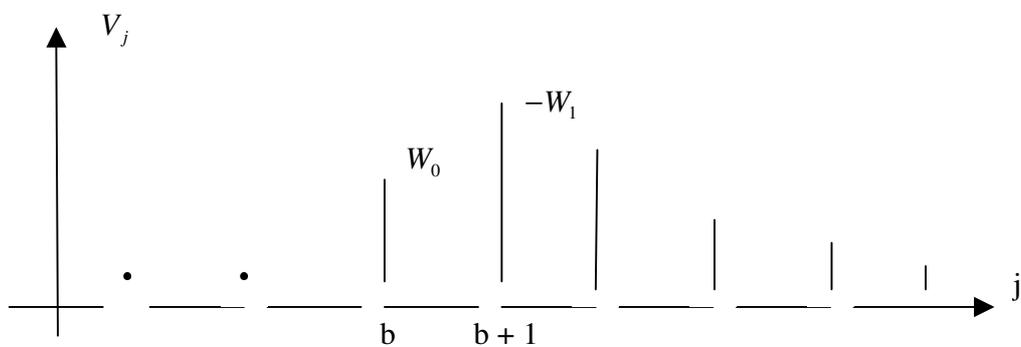
**Exemplo 3** – Se  $s = r = 1$ , temos

$$(1 - \delta_1 B) Y_t = (W_0 - W_1 B) X_{t-b}$$

onde:

$$V_j = 0, j < b; V_j = W_0, j = b; V_j = -\delta_1 W_0 - W_1, j = b + 1$$

$$V_j = \delta_1 V_{j-1}, j > b + 1.$$



## 7 – ANÁLISE DE INTERVENÇÃO

A análise de intervenção é um modelo de Função de Transferência Estocástica, onde é possível interpretar a maneira de incorporar seus efeitos ao modelo da série temporal.

É possível fazer intervenções naturais ou induzidas pelo homem, com o objetivo de avaliar o impacto de tal evento no comportamento da série temporal, verificando se causa ou não uma mudança significativa no nível médio de uma série temporal.

Os maiores efeitos de intervenção são notados na mudança do nível na direção ou inclinação da série em estudo, e também para alterar as variáveis dos erros e introduzir no modelo componentes que não haviam antes, por exemplo, introduzir componentes autorregressivos em um processo de médias móveis.

Outro exemplo é em relação a variabilidade da série, onde pode-se torná-la mais estável ou mais variável a partir das intervenções.

Quando a intervenção a ser feita é complexa, o seu efeito ocorre gradativamente e se houver mais de uma intervenção, é possível existir uma interação entre elas, confundindo parte de seus efeitos.

Os efeitos de intervenção podem ser constatados ao longo do tempo, assim como podem ser variáveis. O seu efeito é determinado pela estrutura da Função de Transferência, do seu modelo e dos seus parâmetros estimados.

Três fontes de ruído podem lesar os efeitos de intervenção. Estes ruídos são a tendência, o efeito sazonal e o erro aleatório. O erro  $\eta_t$  deve ser modelado por um ARIMA (p, d, q), pois este leva em conta as componentes de tendência, sazonalidade e erro.

A utilidade de Análise de intervenção pode se manifestar nas mais diversas áreas: ciências sociais e políticas, economia, sociologia, história, psicologia, meio ambiente, etc.

Pack mostra o desenvolvimento da construção de modelos para séries temporais e Análise de regressão.

Assim:

a) Modelos de função de transferência de entrada simples podem ser comparados a modelos de regressão simples;

b) Modelos de função de transferência de entrada múltipla são comparáveis a modelos de regressão múltipla;

## 7.1 – Modelos dinâmicos para intervenção

Basicamente a construção de modelos de intervenção consiste em acrescentar aos modelos ARIMA os efeitos de variáveis através de uma função de transferência.

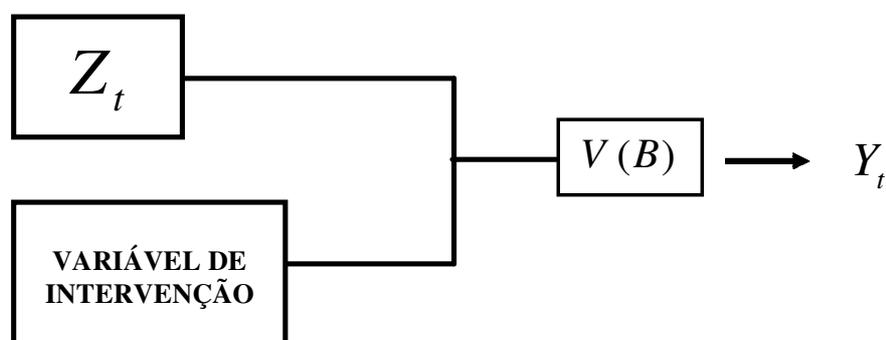


FIGURA 11 – Representação de um modelo dinâmico

Seja uma série temporal para a qual verificou-se e estimou-se um modelo ARIMA com o qual vem se fazendo previsões há algum tempo. Num dado instante ocorre um evento independente do fenômeno que originou a série temporal, mas cujos efeitos podem se manifestar sobre ela.

Tomamos como exemplo uma série de produção anual de determinado produto agrícola, para a qual se dispõe de um modelo adequado para fazer previsões. Em um determinado momento ou intervalo de tempo, há ocorrência de alterações climáticas como geada, seca ou enchentes que podem afetar temporariamente ou parcialmente essa produção agrícola e conseqüentemente o modelo utilizado para apresentá-la.

A esse evento externo, cujos efeitos influenciam a série em estudo, devem ser incorporados ao modelo, como uma informação adicional a série. Esta incorporação de informação chamamos de intervenção.

Na maioria dos casos tratamos de modelos dinâmicos onde uma variável pode ser endógena ou dependente; dependente de uma ou mais variáveis chamadas exógenas ou independentes, e esta dependência é especificada através de modelos da forma:

$$Z_t = f(k, x, t) + \eta_t$$

onde:

$$Z_t = F(Z_t) \text{ é a série } Z_t \text{ transformada ou não}$$

$f(k, x, t)$  é algum efeito determinístico ou tempo  $t$ , ou o efeito da variável exógena “ $x$ ”, no caso de intervenções.

$$f(k, x, t) = \sum_{j=1}^k V_j(B) X_{t,j} + \eta_t \quad (7.1)$$

$$f(k, x, t) = \sum_{j=1}^k \frac{W_j(B)}{\delta_j(B)} X_{t,j} \quad (7.2)$$

$X_{t,j}, j=1,2,\dots,k$  são  $k$  variáveis exógenas (intervenções),  $k$  é o conjunto de parâmetros desconhecidos que aparecem em  $V_j(B)$  ou em  $W_j(B)$  e  $\delta_j(B)$ .

A função (7.2) é uma função de transferência da  $j$ -ésima variável exógena, sendo  $V_j(B)$ ,  $W_j(B)$  e  $\delta_j(B)$  polinômios em  $B$  e  $\eta_t$  é o ruído que pode ser representado por um modelo ARIMA.

Em Análise de Intervenção, suporemos que alguma das variáveis  $X_{t,j}$  são variáveis binárias, fazendo o mesmo papel que variáveis “dummy” em regressão. As séries  $X_{t,j}$  são chamadas indicadoras de intervenção.

Como se sabe que intervenção é a ocorrência de algum tipo de evento em um dado instante de tempo, podendo manifestar-se por um intervalo de tempo subsequente, e que afeta temporariamente ou permanentemente a série temporal em estudo. A Análise de Intervenção tem por objetivo avaliar o impacto de tal evento no comportamento da série.

Usualmente, as séries de intervenções podem ser representadas por três tipos de variáveis binárias.

1) Função impulso

$$X_{i,t} = I_{i,t}^{(T)} = \begin{cases} 0, & t \neq T \\ 1, & t = T \end{cases} \quad (7.3)$$

2) Função degraus (“Step function”)

$$X_{i,t} = I_{i,t}^{(T)} = \begin{cases} 0, & t < T \\ 1, & t \geq T \end{cases} \quad (7.4)$$

### 3) Função impulso sazonal

$$X_{i,t} = I_{i,t}^{(T)} < \begin{cases} 0, & t \neq S, 2S, 3S \\ 1, & t = S, 2S, 3S \end{cases} \quad (7.5)$$

No caso da função (7.3) o efeito da Intervenção é temporário, no caso da função (7.4) o efeito da Intervenção é permanente após o instante T, ao passo que a função (7.5) o efeito é S e seus múltiplos.

Em geral, o efeito da Intervenção é mudar o nível da série, ou então a inclinação. Sabemos que três fatores podem nos levar a falsas conclusões, ou seja, podem obscurecer o efeito da Intervenção.

- ( i ) tendência
- ( i i ) sazonalidade
- ( i i i ) erro aleatório

De fato, se a tendência existe, e uma Intervenção ocorre no instante T, o nível pós-Intervenção é maior que o nível pré-Intervenção. Para isso utilizam-se os modelos ARIMA, pois os três elementos citados acima são elevados em conta quando a componente residual  $\eta$  de (7.1) também for modelado por um ARIMA.

## 7.2 – Efeitos da intervenção

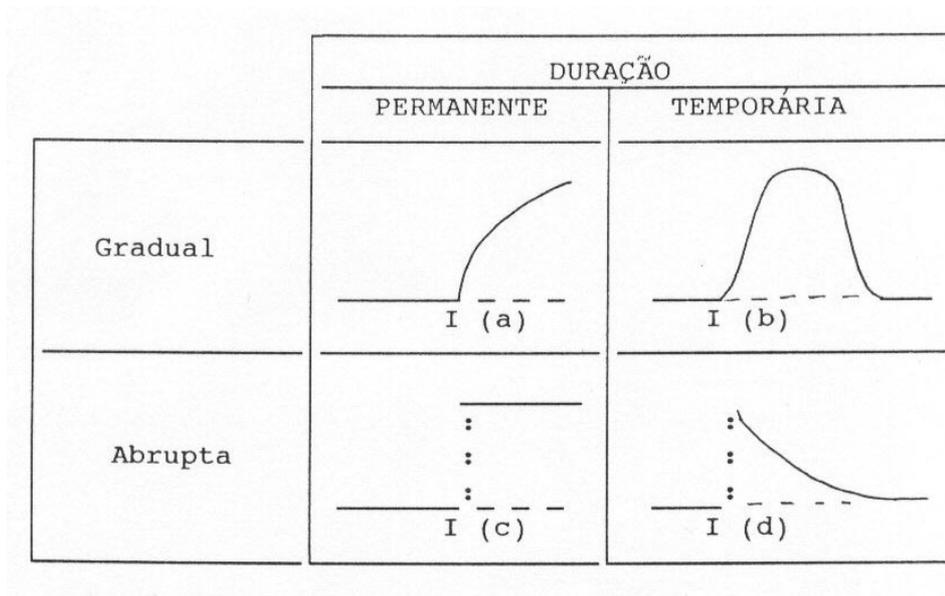
Há muitas formas pelas quais uma Intervenção pode afetar uma série temporal. As alterações mais comuns são as mudanças no nível da série e as mudanças na direção ou inclinação da série. Estas últimas ocorrem quando a intervenção é complexa e seu efeito manifesta-se gradativamente.

Além disso, a Intervenção pode alterar a variância dos erros e também introduzir no modelo componentes que não haviam antes, por exemplo, introduzir uma componente auto-regressiva num processo de médias móveis.

A mudança pode ser abrupta (ou imediata), ou então, só ocorrer depois de algum tempo de iniciada a Intervenção (demorada ou defasada). Pode ainda ser temporária ou permanente, podendo tornar a série mais estável ou aumentar a variabilidade.

A série também pode ser afetada de várias maneiras simultaneamente.

O Quadro 1 (adaptado de Glass et alii, 1975, Mc Dowall et alii, 1980), esquematiza os tipos mais comuns de efeitos de uma Intervenção sobre uma série de tempo.



QUADRO 1 – Efeitos de Intervenção

O efeito de evolução mostrada no quadro 1, acontece quando a série decai inicialmente, como se extinguisse, para a seguir retomar o seu desenvolvimento até um novo nível. Este tipo de efeito aparece, por exemplo, quando se estuda a sobrevivência de uma espécie após a mutação adaptada.

A mudança ocasionada na série temporal pela ocorrência de uma Intervenção pode ser:

( i ) Quanto a manifestação

- abrupta;
- gradual;

( i i ) Quanto a duração

- permanente;
- temporário;

Pode haver também, mudança na variabilidade de série, após a intervenção, bem como um efeito de evolução pode aparecer: a série decai inicialmente e depois retorna o crescimento, até atingir um novo nível.

### 7.3 – Estrutura da função de transferência

O efeito de intervenção é determinado pela estrutura da Função de Transferência. Conhecendo-se a forma da Função de Transferência do modelo e estimando-se seus parâmetros, conhece-se o tipo de efeito de Intervenção.

O conhecimento do problema pode sugerir o possível efeito da Intervenção, o que facilitará a identificação do modelo a ser usado. O conhecimento apriorístico do problema auxilia na identificação da função de transferência, enquanto os dados fornecem novas informações sobre efeitos desconhecidos a priori.

O caso de uma só Intervenção cujo o modelo é dado por:

$$Z_t = V(B) X_t = \frac{W(B)}{\delta(B)} X_t$$

A seguir descreve-se alguns dos casos mais comuns de Intervenção e suas respectivas funções de transferências, que são resumidas no quadro 1, adequada por Pack, 1977 e Box & Jenkins, 1976, encontra-se considerações semelhantes para modelos de função de transferência.

Caso em que a função de transferência é:

$$V(B) = W_0$$

$$\text{Se } X_{i,t} = I_{i,t}^{(T)} < \begin{cases} 0, t < T \\ 1, t \geq T \end{cases},$$

$$\text{então: } r_t = \begin{cases} 0, t < T \\ W_0, t \geq T \end{cases}$$

e tem uma mudança imediata e permanente no nível da série de uma quantidade  $W_0$  somente no instante T. É o caso ( b ) do quadro 1.

i i ) Caso em que a função de transferência é:

$$V(B) = W_0 / (1 - \delta_1(B))$$

$$\text{Se } X_t < \begin{cases} 0, t < T \\ 1, t \geq T \end{cases},$$

$$\text{então } r_t = \begin{cases} 0, t < T \\ W_0 \cdot \sum_{j=0}^k \delta_1^j, t = T+k, k=0,1,2,\dots \end{cases}$$

e obtém-se uma progressão geométrica em que :

$$r_t \xrightarrow{t \rightarrow \infty} W_0 / (1 - \delta_1)$$

portanto, uma mudança desacelerada de nível da série até assíntota  $W_0 / (1 - \delta_1)$ . É o caso (c) do quadro 1.

$$\text{Se } X_t < \begin{cases} 0, t < T \\ 1, t = T \end{cases}$$

$$\text{então } r_t = \begin{cases} 0, t < T \\ \delta^k, W_0, t = T+k, k=0,1,\dots \end{cases}$$

Isto é a mudança em  $Z_t$  é inicialmente  $W_0$ , depois exponencialmente até desaparecer o efeito da intervenção. É o caso (d) do quadro 1.

i i) Caso em que a função de transferência é

$$V(B) = W_0 / (1 - (B))$$

Neste caso,  $\delta_1 = 1$  e após a Intervenção o modelo é não estacionário.

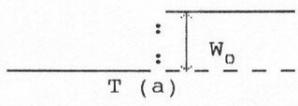
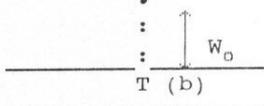
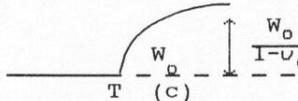
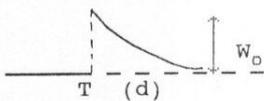
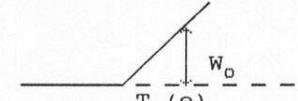
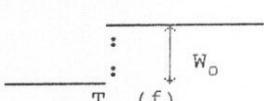
$$\begin{array}{l} \text{Se } X_t < \begin{cases} 0, t < T \\ 1, t = T \end{cases}, \\ \text{então } r_t = \begin{cases} 0, t < T \\ (k+1)W_0, t = T+k, k=0,1,\dots \end{cases} \end{array}$$

e tem-se uma tendência determinística no modelo, introduzida pela Intervenção a partir de T. É o caso ( e ) do quadro 1 e o casos ( a ) do quadro 2.

$$\begin{array}{l} \text{Se } X_t < \begin{cases} 0, t \neq T \\ 1, t = T \end{cases} \\ \text{então } r_t = \begin{cases} 0, t < T \\ W_0, t \geq T \end{cases} \end{array}$$

e tem-se novamente uma mudança fixa e permanente no nível da série de uma quantidade  $W_0$ . É o caso ( c ) do quadro 1 e ( f ) do 2.

A seguir são apresentados casos mais comuns dos efeitos da Intervenção e a estrutura da função de transferência, segundo Pack e Box & Jenkins.

Função de Transf.	$X_t = \begin{cases} 0, & t < T \\ 1, & t \geq T \end{cases}$	$X_t = \begin{cases} 0, & t \neq T \\ 1, & t = T \end{cases}$
$W_0$		
$\frac{W_0}{1 - \delta(B)}$		
$\frac{W_0}{1 - B}$		

QUADRO 2 – Estrutura da função de transferência e efeito de Intervenção de Pack, 1977 e Box & Jenkins, 1976.

Para garantir a estacionariedade é preciso que  $|\delta| < 1$ . Neste caso,

$$r_t = \delta_1 r_{t-1} + W_0 X_t.$$

#### 7.4 – Estimação e teste do efeito de intervenção

Os procedimentos estatísticos usuais, quer paramétricos, quer não paramétricos, não podem ser utilizados, a não ser em casos muito especiais, para fazer interferência sobre intervenções. De modo geral, na estimação e na inferência em modelos de séries temporais procura-se reduzi-los ao caso do modelo linear geral. É este o caminho colocado por Glass, Willson e Gottaman que entre outros, é apresentado a seguir.

Suponha que se tenha  $N = N_1 N_2$  observações de uma série temporal  $X_t$ , com  $N_1$  observações anteriores à ocorrência de uma observação e  $N_2$  posteriores. Se as observações fossem independentes com  $X_1; \dots; X_{N_1} \sim N(\mu_1, \sigma^2)$  e  $X_{N_1+1}, \dots, X_N \sim N(\mu_2, \sigma^2)$  então poderíamos testar a hipótese  $H_0: \delta = \delta_0$ , onde  $\delta = \mu_2 - \mu_1$  usando a estatística:

$$\frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2 - \delta}{\sqrt{S^2 \left( \frac{1}{N_1} + \frac{1}{N_2} \right)}} \quad (7.6)$$

onde  $\bar{X}_1$  e  $\bar{X}_2$  são as médias amostrais das duas sub-séries e  $S$  é a estimativa de  $\sigma$ , conforme Box & Tiao (1965), estatística esta com distribuição t de Student, sob  $H_0$ .

Sabe-se que numa série temporal existe um forte correlacionamento entre as observações, a série pode não ser estacionária, com tendência e/ou componentes sazonais. Logo, o procedimento acima não pode ser aplicado.

O que se faz então, é utilizar a estimativa dos parâmetros de função de transferência que inclui as variáveis indicadoras, descrevendo eventos que ocasionam intervenções. A Significância estatística dos parâmetros correspondentes a estas variáveis indicará se o efeito da Intervenção foi significativo.

Box e Tiao (1976) sugerem o seguinte procedimento alternativo para testar intervenções:

i) Identifica-se e estima-se um modelo estocástico para a parte da série anterior à Intervenção.

ii) Usa-se este modelo para fazer previsão dos valores posteriores à Intervenção. Estas previsões são comparadas com os valores reais para avaliar o efeito da intervenção.

iii) Calcula-se as funções apropriadas dos modelos de previsões, que possam indicar possíveis mudanças no modelo postulado.

Para um modelo ARIMA escrito na forma:

$$Y_t = \sum_{j=0}^{\infty} \Psi_j a_{t-j}, \text{ sendo } \Psi_0 = 1,$$

a previsão de erro quadrático médio mínimo é dado por:

$$\hat{Y}_t(\ell) = \sum_{j=0}^{\infty} \Psi_{\ell+j} a_{t-j} \quad (7.7)$$

e o erro de previsão  $e_t(\ell) = Y_{t+\ell} - \hat{Y}_t(\ell)$  é dado por

$$e_t(\ell) = \sum_{j=0}^{\ell+1} \Psi_j a_{t+\ell-j},$$

sendo  $\ell$  o horizonte de previsão e  $t$  a origem das previsões. Segue-se que  $e_t(\ell) = a_{t+1}$ , ou seja, os erros de previsão a um passo são não- correlacionados.

Considere a estatística:

$$Q = \sum_{j=1}^m \frac{a_j^2}{\sigma_a^2}, \quad j=1, \dots, m \quad (7.8)$$

onde  $a_j = Y_j - \hat{Y}_{j-1}$ ,  $j=1, \dots, m$  são os erros de previsão a um passo-à-frente e  $m$  é o comprimento do período pós-Intervenção.  $Q$  segue uma distribuição de qui-quadrado, com  $m$  graus de liberdade ( $X_m^2$ ), se  $m$  for grande.

Se  $Q$  for maior que o valor tabelado, as previsões são consideradas significativamente diferentes dos valores observados.

Como  $\sigma_a^2$  não é conhecido usamos  $\hat{\sigma}_a^2$  em (6.3), obtendo-se:

$$\hat{Q} = \sum_{j=1}^m \frac{a_j^2}{\hat{\sigma}_a^2}$$

sendo que  $\hat{Q}$  pode ser comparado ao valor tabelado de  $F$  com  $m$  e  $n - p$  graus de liberdade, sendo  $n$  o número de observações e  $p$  o número de parâmetros estimados.

Se o número total de observações for relativamente pequeno este procedimento não é adequado. Ver Battacharya e Anderson (1976).

Um procedimento alternativo sugerido por Glass et alii (1975) é transformar o modelo ARIMA no modelo linear geral e então usar os procedimentos usuais, ver Pino (1980).

## 7.5 – Processo iterativo

Um procedimento interessante para testar efeitos de Intervenção consiste em identificar e estimar modelos de intervenção através de Funções de Transferências, segundo a filosofia de Box & Jenkins. Com a matriz de covariância das estimativas dos parâmetros é possível fazer interferência, testando-se cada parâmetro é estatisticamente não nulo e verificando, assim, se o modelo é apropriado ou não. Se o modelo final incluir componentes de intervenção isto significará que o seu efeito é significativo.

### 7.5.1 – Modelo linear geral

Um procedimento para estimar e testar os efeitos de Intervenção transformando o modelo ARIMA no modelo linear geral é apresentado em Glass, Willson e Gottmam (1975) e descrito para um caso particular em Glass (1972), sendo mostrado a seguir.

### 7.5.2 – Efeito de intervenção no modelo ARIMA

Seja um processo ARIMA (  $p, d, q$  ) cujo o nível inicial é  $\mu$  :

$$Z_t = \mu + \sum_{j=0}^{t-1} \Psi_j a_{t-j} \quad (7.9)$$

Suponha-se que ocorra uma Intervenção no instante  $T$ , e cujo efeito é alterar o nível da série de uma quantidade  $\delta$  a partir deste instante. Então,

$$Z_t = \begin{cases} \mu + \Psi(B)a_t, & t < T \\ \mu + \delta + \Psi(B)a_t, & t \geq T \end{cases} \quad (7.10)$$

Para estimar e testar o efeito  $\delta$  da intervenção é necessário transformar o modelo ARIMA (p, d, q) num modelo lineares, então, aplicar os procedimentos usuais.

Exemplo 1. Seja o processo MA (1):

$$Z_t = \mu + a_t - \theta a_{t-1}$$

que após a Intervenção torna-se:

$$Z_t = \mu + \delta + a_t - \theta a_{t-1}$$

Vamos transformar  $Z_t$  em uma série  $Y_t$  que esteja na forma do modelo linear geral, isto é, na qual todos os erros, exceto  $a_t$ , tenham sido removidos. A primeira observação já está na forma desejada:

$$Y_1 = Z_1 = \mu + a_1$$

A segunda observação também estaria se não fosse o termo  $\theta a_1$ , que deve ser removido.

$$\begin{aligned} Y_2 &= Z_2 + \theta Y_1 \\ &= \mu + a_2 - \theta a_1 + \theta \mu + \theta a_1 \\ &= (1 + \theta) \mu + a_2 \end{aligned}$$

De modo análogo, verifica-se que as outras observações podem ser transformadas através da relação recursiva.

$$\begin{aligned} Y_t &= Z_t + \theta Y_{t-1} \\ &= (1 + \theta + \dots + \theta^{t-1}) \mu + a_t \end{aligned}$$

Após a Intervenção, tem-se

$$\begin{aligned} Y_t &= Z_t + \theta Z_{t-1} \\ &= \mu + \delta + a_t - \theta a_{t-1} + \theta (1 + \theta + \dots + \theta^{t-2}) \mu + \theta a_{t-1} \\ &= (1 + \theta + \dots + \theta^{t-1}) \mu + a_t + \delta \end{aligned}$$

É fácil mostrar que, para  $t \geq T$ ,

$$Y_t = (1 + \theta + \dots + \theta^{t-1}) \mu + (1 + \theta + \dots + \theta^{t-T}) + a_t$$

Em forma matricial pode-se escrever:

$$\underline{Y} = \underline{x} \cdot \underline{\beta} + \underline{a}, \text{ onde}$$

$$\underline{Y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_{T-1} \\ \vdots \\ y_T \\ \vdots \\ y_N \end{bmatrix}, \quad \underline{x} = \begin{bmatrix} 1 & \dots & 0 \\ 1+\theta & \dots & 0 \\ \vdots & \dots & \vdots \\ 1+\dots+\theta^{T-2} & \dots & 0 \\ 1+\dots+\theta^{T-1} & \dots & 1 \\ \vdots & \dots & \vdots \\ 1+\dots+\theta^{N-1} & \dots & 1+\dots+\theta^{N-T} \end{bmatrix}$$

$$\underline{\beta} = \begin{bmatrix} \mu \\ \delta \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad \underline{a} = \begin{bmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_N \end{bmatrix}.$$

Os estimadores de mínimos quadrados  $\mu$  e  $\delta$  são dados por:

$$\hat{\underline{\beta}} = (\underline{X}' \underline{X})^{-1} \underline{X}' \underline{Y}$$

As estimativas dos erros são dados por:

$$\hat{\underline{a}} = \underline{Y} - \underline{x} \hat{\underline{\beta}}$$

e as somas dos quadrados das estimativas dos erros, por:

$$SQ(\theta, Z) = \hat{\underline{a}}' \hat{\underline{a}}$$

Na prática, calcula-se SQ para diversos valores de  $\theta$ , tornando-se como estimativa  $\hat{\theta}$  o valor que minimiza SQ, o que equivale a minimizar a estimativa de variância residual do erro,  $S_a^2$ .

$$\frac{\mu - \hat{\mu}}{S_a \sqrt{C_{11}}} \sim t_{N-2}$$

e

$$\frac{\delta - \hat{\delta}}{S_a \sqrt{C_{22}}} \sim t_{N-2}$$

onde:

$$S_a = \sqrt{\hat{a}' a / (N-2)}$$

$C_{j,j}$  é o j-ésimo elemento da diagonal principal de  $(X'X)^{-1}$ , e  $t_{N-2}$  indica a distribuição t de Student com  $N - 2$  graus de liberdade.

O intervalo de confiança ao nível de  $\alpha$  de significância para o efeito da intervenção pode ser construído, obtendo-se:

$$\hat{\delta} \pm t_{N-2} \left(1 - \frac{\alpha}{2}\right) S_a \sqrt{C_{22}}$$

Exemplo 2: Seja o processo AR (1)

$$Z_t - \mu = (Z_{t-1} - \mu) + a_t$$

A transformação num modelo linear é feita por

$$Y_1 = Z_1 = \mu + a_t$$

$$Y_2 = Z_2 - \varphi Z_1$$

$$= (1 - \varphi) \mu + \varphi Z_1 = a_t - \varphi Z_1$$

$$= (1 - \varphi) \mu = a_t$$

e de modo geral,

$$Y_t = Z_t - \varphi Z_{t-1} = (1 - \varphi) \mu + a_t$$

Após a intervenção o modelo torna-se:

$$Z_t - (\mu + \delta) = \varphi [Z_{t-1} - (\mu + \delta)] + a_t$$

ou

$$Z_t = [(1 - \varphi) (\mu + \delta)] + \varphi Z_{t-1} + a_t$$

A transformação fica sendo:

$$Y_T = (1-\varphi) \mu + \delta + a_T$$

ou

$$Y_t = (1-\varphi) (\mu + \delta) + a_t, \quad t > T$$

o restante segue análogo ao exemplo 2, com exceção da matriz X que aqui é definida por:

$$\tilde{X} = \begin{bmatrix} 1 & \dots & 0 \\ 1-\varphi & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ 1-\varphi & \dots & 0 \\ 1-\varphi & \dots & 1 \\ 1-\varphi & \dots & \frac{1}{1-\varphi} \\ \dots & \dots & \dots \\ 1-\varphi & \dots & 1-\varphi \end{bmatrix}$$

### 7.5.3- Transformação do modelo ARIMA no modelo linear geral

Como visto nos exemplos 1 e 2, para estimar e testar o efeito da intervenção  $\delta$ , transforma-se o modelo ARIMA ( p, d, q ) no modelo linear geral e aplica-se os procedimentos estatísticos usuais. Os parâmetros e o efeito de intervenção são estimados por mínimos quadrados e testados pelo t de Student. Desenvolvendo-se, a seguir, a transformação do modelo geral ARIMA ( p, d, q ), dado por (7.8) no modelo linear geral.

Seja  $Y_t$  a série transformada que satisfaz as condições do modelo linear geral. O objetivo é transformar  $Z_t$  em  $Y_t$  de tal modo que todos os erros, exceto  $a_t$ , sejam removidos. Torna-se os primeiros termos de (7.9).

$$\begin{aligned} Z_1 &= \mu + \Psi_0 a_1 = \mu + a_1 \\ Z_2 &= \mu + \Psi_1 a_1 + \mu + \Psi_0 a_2 \\ Z_3 &= \mu + \Psi_2 a_1 + \Psi_1 a_2 + \Psi_0 a_3 \end{aligned}$$

A primeira observação já satisfaz as condições do modelo linear geral.

$$Y_1 = Z_1 = \mu + a_1 \tag{7.11}$$

A segunda observação já estaria na forma desejada se não fosse o termo  $\Psi_1 a_1$ , que pode ser assim removido.

$$\begin{aligned} Y_2 &= Z_2 - \Psi_1 Y_1 \\ Y_2 &= \mu + \Psi_1 a_1 = a_2 - \Psi_1 a_2 + a_3 \\ Y_2 &= (1 - \Psi_1) \mu + a_2 \end{aligned} \quad (7.12)$$

A terceira observação pode ser transformada por

$$\begin{aligned} Y_3 &= Z_3 - \Psi_1 Y_2 - \Psi_2 Y_1 \\ Y_3 &= \mu + \Psi_2 a_1 + \Psi_1 a_2 + a_3 \\ Y_3 &= \frac{\Psi_1 (1 - \Psi_1) \mu - \Psi_2 \mu - \Psi_2 a_1 - \Psi_1 a_2}{[1 - \Psi_1 (1 - \Psi_1) - \Psi_2]} \mu - a_3 \end{aligned} \quad (7.13)$$

generalizando, a transformação temos:

$$\begin{aligned} Y_t &= Z_t - \sum_{j=1}^{t-1} \Psi_j Y_{t-j} \\ &= g_t(\mu) + a_t \end{aligned} \quad (7.14)$$

isto é, a série transformada compreende o erro  $a_t$  mais uma função linear.

#### 7.5.4 – Inclusão do efeito de intervenção no modelo transformado

Suponha que o efeito de  $m$  intervenções, cujos parâmetros são  $\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_m$ , possam ser representados por uma função linear destes parâmetros e do nível inicial da série:

$$f_t(\mu, \delta_1, \dots, \delta_m) = X_{t1} \mu + X_{t2} \delta_1 + \dots + X_{tm} \delta_m, \text{ com } t = 1, 2, \dots, N.$$

Na forma matricial,

$$\tilde{f}(\mu, \delta_1, \dots, \delta_m) = \tilde{X} \tilde{\beta} \quad (7.15)$$

onde:

$$\tilde{X} = \begin{bmatrix} X_{11} & X_{12} & \dots & X_{1, m+1} \\ X_{21} & X_{22} & \dots & X_{2, m+1} \\ \vdots & \dots & \dots & \dots \\ \vdots & \dots & \dots & \dots \\ X_{N1} & X_{N2} & \dots & X_{N, m+1} \end{bmatrix} \text{ e } \tilde{\beta} = \begin{bmatrix} \mu \\ \delta_1 \\ \vdots \\ \delta_m \end{bmatrix} \quad (7.16)$$

Então, o modelo ARIMA ( p, d, q ) com intervenção torna-se:

$$Z_t = f_t(\mu, \delta_1, \dots, \delta_m) + \sum_{j=0}^{t-1} \Psi_j a_{t-j} \quad (7.17)$$

A série  $Z_t$  em ( 7.12 ) pode ser transformada através de ( 9.7 ). Sejam  $X_{tk}^*, t=1,2,\dots,N$  e  $k=1,2,\dots,m$  os pesos dos parâmetros na série transformada.

Para a segunda observação:

$$\begin{aligned} Y_1 &= Z_1 = X_{11} \mu + X_{12} \delta_1 + \dots + X_{1,m+1} \delta_m + a_1 \\ &= X_{11}^* \mu + X_{12}^* \delta_1 + \dots + X_{1,m+1}^* \delta_m + a_1 \end{aligned} \quad (7.18)$$

logo,  $X_{1k}^* = X_{1k}, k=1,2,\dots,m$

Para a segunda observação:

$$\begin{aligned} Y_2 &= Z_2 - \Psi_1 Y_1 = X_{21} \mu + X_{22} \delta_1 + \dots + X_{2,m+1} \delta_m + \Psi_1 a_1 + a_2 \\ &\quad - \Psi_1 X_{11}^* \mu - \Psi_1 X_{12}^* \delta_1 - \dots - \Psi_1 X_{1,m+1}^* \delta_m - \Psi_1 a_1 \\ Y_2 &= (X_{21} - \Psi_1 X_{11}^*) \mu + (X_{22} - \Psi_1 X_{12}^*) \delta_1 + \dots + a_2 \\ &= X_{21}^* \mu + X_{22}^* \delta_1 + \dots + a_2 \end{aligned} \quad (7.19)$$

logo,

$$\begin{aligned} X_{21}^* &= X_{21} - \Psi_1 X_{11}^* \\ X_{22}^* &= \Psi_1 X_{12}^*, etc \end{aligned}$$

De modo geral,

$$X_{tk}^* = X_{tk} - \sum_{j=1}^{t-1} \Psi_j X_{t-j,k}^* \quad (7.20)$$

e a série transformada é dada por:

$$Y_t = X_{t,\mu}^* + \sum_{k=1}^m X_{t,k+1}^* \delta_k + a_t \quad (7.21)$$

Em forma matricial,

$$\underset{\sim}{Y} = \underset{\sim}{X} \underset{\sim}{\beta} \underset{\sim}{a}$$

onde:

$$\underset{\sim}{Y} = \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ Y_N \end{bmatrix}, \quad \underset{\sim}{X}^* = \begin{bmatrix} X_{11}^* & X_{12}^* & \dots & X_{1,m+1}^* \\ X_{21}^* & X_{22}^* & \dots & X_{2,m+1}^* \\ \vdots & \dots & \dots & \dots \\ \vdots & \dots & \dots & \dots \\ X_{N1}^* & X_{N2}^* & \dots & X_{N,m+1}^* \end{bmatrix}$$

$$\underset{\sim}{\beta} = \begin{bmatrix} \mu \\ \delta_1 \\ \vdots \\ \vdots \\ \delta_m \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad \underset{\sim}{a} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_N \end{bmatrix} \quad (7.22)$$

O vetor  $\underset{\sim}{\beta}$  pode ser estimado por mínimos quadrados, através de:

$$\underset{\sim}{\hat{\beta}} = [(\underset{\sim}{X}^*)' \underset{\sim}{X}^*]^{-1} \cdot (\underset{\sim}{X}^*)' \underset{\sim}{Y}, \quad (7.23)$$

podendo-se construir testes de significância e intervalos de confiança segundo a teoria dos modelos lineares.

Para cada conjunto de valores possíveis dos parâmetros auto-regressivos  $\varphi$  e médias móveis  $\theta$ , dentro da região de inversibilidade e entacionariedade, encontra-se uma solução para (9.15). Toma-se a solução para a qual a variância residual do erro,  $S_a^2$ , é mínima, o que equivale minimizar a soma dos quadrados dos erros.

Têm-se, ainda, as estimativas dos erros

$$\underset{\sim}{\hat{a}} = \underset{\sim}{Y} - \underset{\sim}{X}^* \underset{\sim}{\hat{\beta}} \quad (7.24)$$

a estimativa da variância residual dos erros.

$$S_a^2 = \frac{\underset{\sim}{\hat{a}}' \underset{\sim}{a}}{N-2} \quad (7.25)$$

e as estatísticas

$$\frac{\hat{\mu} - \mu}{S_a \sqrt{C^{11}}} \sim t_{N-2}, \quad (7.26)$$

e

$$\frac{\hat{\delta}_1 - \delta_j}{S_a \sqrt{C^{kk}}} \sim t_{N-2}, \quad (7.27)$$

com  $j=1,2,\dots,m$  e  $k=j-1$ , onde  $C^{kk}$  é o k-ésimo elemento da diagonal principal de  $[(X^*)' X^*]^{-1}$ .

**Exemplo 1** – Seja o modelo MA(1) do exemplo anterior. Naquele ter-se-ia por (7.16) e (7.22) que

$$\tilde{X} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ \dots & \dots \\ 1 & 1 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad \tilde{X}^* = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1+\theta & 0 \\ \dots & \dots \\ 1+\dots+\theta^{T-2} & 0 \\ \dots & \dots \\ 1+\dots+\theta^{N-1} & 1 \\ \dots & \dots \\ 1+\dots+\theta^{N-1} & 1+\dots+\theta^{N-T} \end{bmatrix}$$

Uma vez que  $\Psi_1 = -\theta$  e, por (7.20),

$$X_{11}^* = X_{11} = 1$$

$$X_{12}^* = X_{12} = 0$$

$$X_{21}^* = X_{21} - \Psi_1 X_{11}^*$$

$$X_{21}^* = 1 - \theta$$

$$X_{22}^* = X_{22} - \Psi_2 X_{12}^*$$

$$X_{22}^* = 0$$

e assim por diante.

**Exemplo 2** – Seja o modelo de Intervenção dado em (7.16):

$$X_t = \begin{cases} 0, & t < 3 \\ 1, & t \geq 3 \end{cases}$$

Se a função de transferência for  $V(B) = W_0 = \delta$ , então o efeito da Intervenção será o de alterar o nível da série de  $\mu$  para  $\mu = \delta$  a partir do instante  $T = 3$ , as matrizes de (9.8) ficarão:

$$\tilde{X} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \quad e \quad \tilde{\beta} = \begin{bmatrix} \mu \\ \delta \end{bmatrix}$$

**Exemplo 3** – Seja o modelo de Intervenção dado em (6.3), com  $N=5$ :

$$X_t = \begin{cases} 0, & t \neq 3 \\ 1, & t = 3 \end{cases}$$

Se  $V(B) = W_0 / (1 - \delta_1 B) = \delta / (1 - kb)$ , com  $k = 1/2$ , então será o de alterar, inicialmente o nível da série de  $\mu$  para  $\mu + \delta$ , decaindo geometricamente depois com razão  $K$ . As matrizes de (7.16) ficarão:

$$\tilde{X} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 1 & k \\ 1 & k^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 1 & 1/2 \\ 1 & 1/4 \end{bmatrix} \quad e \quad \tilde{\beta} = \begin{bmatrix} \mu \\ \delta \end{bmatrix}$$

Para calcular os  $a_t$ 's através da equação é necessário obter valores iniciais para os  $\tilde{Z}$ 's e para os  $a$ 's.

Esta equação de valores iniciais pode ser resolvida através de dois procedimentos: um condicional, em que os valores iniciais desconhecidos são substituídos por valores que supomos serem razoáveis, outro, incondicional, em que os valores iniciais são estimados de uma amostra de dados.

## 8- APLICAÇÃO DA METODOLOGIA DE MODELOS COM INTERVENÇÃO A SÉRIES REAIS

Neste item será feita a análise de séries macro-econômicas monetárias e índices de produção industrial, através de modelos de intervenção, com o objetivo de explicar os fenômenos externos as séries ocorridos no período.

Os dados utilizados foram coletados na revista Conjuntura Econômica da Fundação Getúlio Vargas de janeiro de 1980 a Julio de 1991.

O pacote computacional usado para a análise das séries foi o AFS.

As séries analisadas, são as representativas da demanda de moeda no Brasil nos conceitos M1, M2, M3 e M4 e a série de Produção Industrial Brasileira.

Os conceitos de meios de pagamento são os seguintes:

**Conceito de M1:** papel moeda em poder do público + depósitos à vista.

**Conceito de M2:** M1 + títulos federais (exclui a carteira própria do banco central e das instituições financeiras).

**Conceito de M3:** M2 + depósitos de poupança

**Conceito de M4:** M3 + depósitos à prazo (exclui a carteira própria das instituições financeiras).

Para análise dos modelos com intervenção utilizou-se o seguinte procedimento:

- a) Construir um modelo univariado para a série  $Z_t$  em estudo;
- b) Identificar o possível efeito de intervenção, pelo conhecimento a priori do fenômeno ou através da inspeção gráfica da série;
- c) Utilizar a função de transferência apropriada ao efeito de intervenção identificado;
- d) Proceder à estimação do modelo.

O ajuste dos modelos será verificado através das estatísticas

- Critério de AKAIKE (AIC)
- Critério de BAYES (BIC)
- Coeficiente de explicação ( $R^2$ )

Os critérios Akaike (AIC) e Bayes (BIC) são equivalentes e medem a verossimilhança do modelo. Estes critérios são calculados através das seguintes fórmulas:

$$AIC = \ln(MQR) + \frac{2NP}{NR}$$

$$BIC = \ln(MQR) + \frac{NP \cdot \ln(NR)}{NR}$$

onde:

MQR: Média dos quadrados dos resíduos

NR: Número de resíduos

NP: Número de parâmetros do Modelo

O coeficiente  $R^2$  mede o percentual de explicação do modelo com relação à variação da série original.

$$R^2 = 1 - \frac{SQR}{SQT}$$

onde:

SQR: Soma dos quadrados do resíduo devido ao modelo

SQT: Soma dos quadrados totais

### 8.1 – Análise da série de meios de pagamento M1

A série contém 112 observações representativas da variação percentual mensal, no período de janeiro de 1982 até abril de 1991.

A figura 12 mostra os dados da variação percentual da série de meios de pagamento M1.

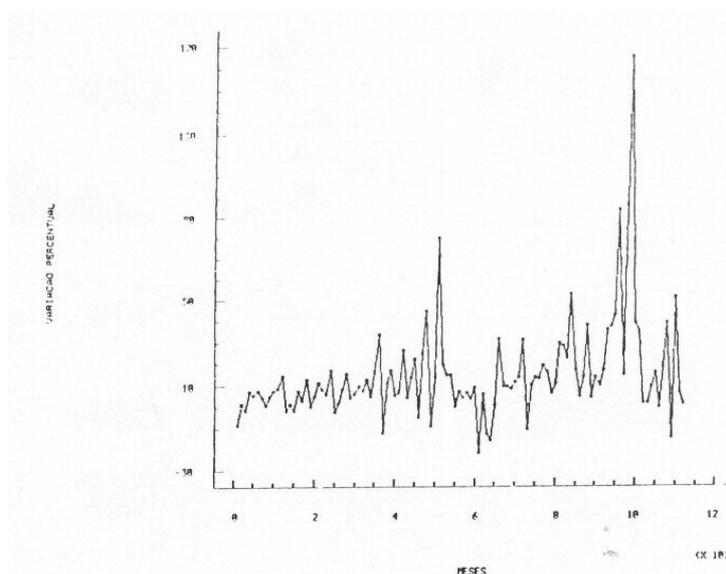


FIGURA 12 – Gráfico da variação percentual da série de meios de pagamento M1

#### Modelo sem intervenção

O modelo univariado identificado para a série M1, com transformação raiz quadrada um SARMA (2,0)(1,0)<sub>12</sub> com os seguintes parâmetros, na qual encontra-se na tabela 1.

TABELA 1 – Parâmetros da série M1

Fator	lag	coeficiente	t calc
<b>Média</b>		6.0643	11.40
<b>Autoregressivo</b>	1	0.27896	2.86
<b>Autoregressivo</b>	3	0.29651	2.99
<b>Autoregressivo</b>	12	0.33426	3.03

Todos os parâmetros são significativos ao nível de significância de 5%.

O modelo univariado é da seguinte forma:

$$Z_t = \mu + \phi_1 Z_{t-1} + \phi_3 Z_{t-3} + \phi Z_{t-12} + a_t$$

$$Z_t - \phi_1 Z_{t-1} - \phi_3 Z_{t-3} - \phi Z_{t-12} = \mu + a_t$$

$$Z_t (1 - \phi_1 B - \phi_3 B^3 - \phi B^{12}) = \mu + a_t$$

$$Z_t - \mu = \frac{a_t}{(1 - \phi_1 - \phi_3 B^3 - \phi B^{12})}$$

$$Z_t - 6.0646 = \frac{a_t}{(1 - 0.27896B - 0.29651B^3 - 0.33426B^{12})}$$

(11.40)            (2.86)            (2.99)            (3.03)

As características de ajuste do modelo são as seguintes:

$$R^2 = 25.91\%$$

$$AIC = 0.866147$$

$$BIC = 0.972321$$

Os valores dos erros do modelo ajustado são:

$$\mu = 0.000026228 \quad \sigma_a^2 = 2.0993112$$

#### Modelo com intervenção

A fim de melhorar o ajuste do modelo dos dados reais, foram feitas cinco intervenções do tipo impulso e impulso sazonal a um nível de significância de 5%.

Na tabela 2 encontra-se as intervenções necessárias ao modelo ajustado.

TABELA 2 – Intervenções feitas a série M1

Nº de Int.	Tipo	lag	Coef.	t calc.	Período
1	3	36 ...	6.5054	8.12	Dez/84
2	3	37 ...	-2.0566	-6.57	Jan/85
3	1	51	3.8322	4.98	Mar/86
4	1	98	3.2305	5.58	Fev/90
5	1	99	1.8110	5.81	Mar/90

O novo modelo encontrado após a intervenção foi um ARMA (2,0), com os seguintes parâmetros, listados na tabela 3

TABELA 3 – Parâmetros da série M1 com intervenção

Fator	lag	Coefficiente	t calc.
Média		5.8548	20.07
Autoregressivo	1	0.38588	4.41
Autoregressivo	3	0.32890	3.80

Todos os parâmetros são significativos ao nível de significância de 5%.

O modelo da série M1 com intervenção é da seguinte forma:

$$Z_t = \mu + \varphi_1 Z_{t-1} + \varphi_3 Z_{t-3} + a_t + \sum_{i=1}^5 \gamma_i X_t$$

$$Z_t - \varphi_1 Z_{t-1} - \varphi_3 Z_{t-3} = \mu + a_t + \sum_{i=1}^5 \gamma_i X_t$$

$$Z_t (1 - \varphi_1 B - \varphi_3 B^3) = \mu + a_t + \sum_{i=1}^5 \gamma_i X_t$$

$$Z_t = \mu + \frac{a_t}{(1 - \varphi_1 B - \varphi_3 B^3)} + \sum_{i=1}^5 \gamma_i X_t$$

$$Z_t = 5.8548 + \frac{a_t}{(1 - 0.38588B - 0.32890B^3)} + \sum_{i=1}^5 \gamma_i X_t$$

$$(20.07) \quad (4.41) \quad (3.27)$$

Com as cinco intervenções feitas ao modelo verifica-se que houve uma melhora nos coeficientes de ajuste do modelo

$$R^2 = 73.80\%$$

$$AIC = -0.25152$$

$$BIC = -0.177462$$

$$Q = 11.7176$$

$$Q_{tab} = 31.41$$

Ao analisarmos os resíduos do modelo verifica-se o seguinte:

$$\mu = 0.00024760$$

$$\sigma_a^2 = 0.6819456$$

Nas figuras 13 e 14 respectivamente encontra-se a representação dos resíduos e do periodograma acumulada da série de meios de pagamento M1.

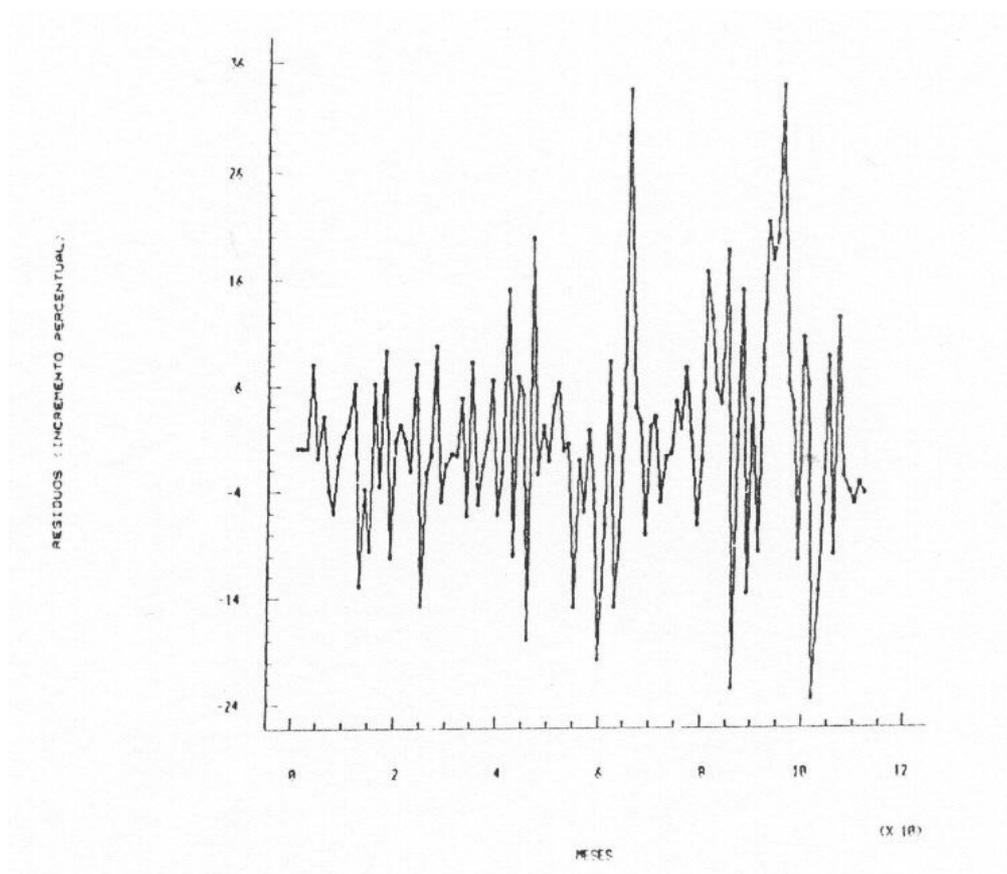


FIGURA 13 – Série original dos resíduos de M1

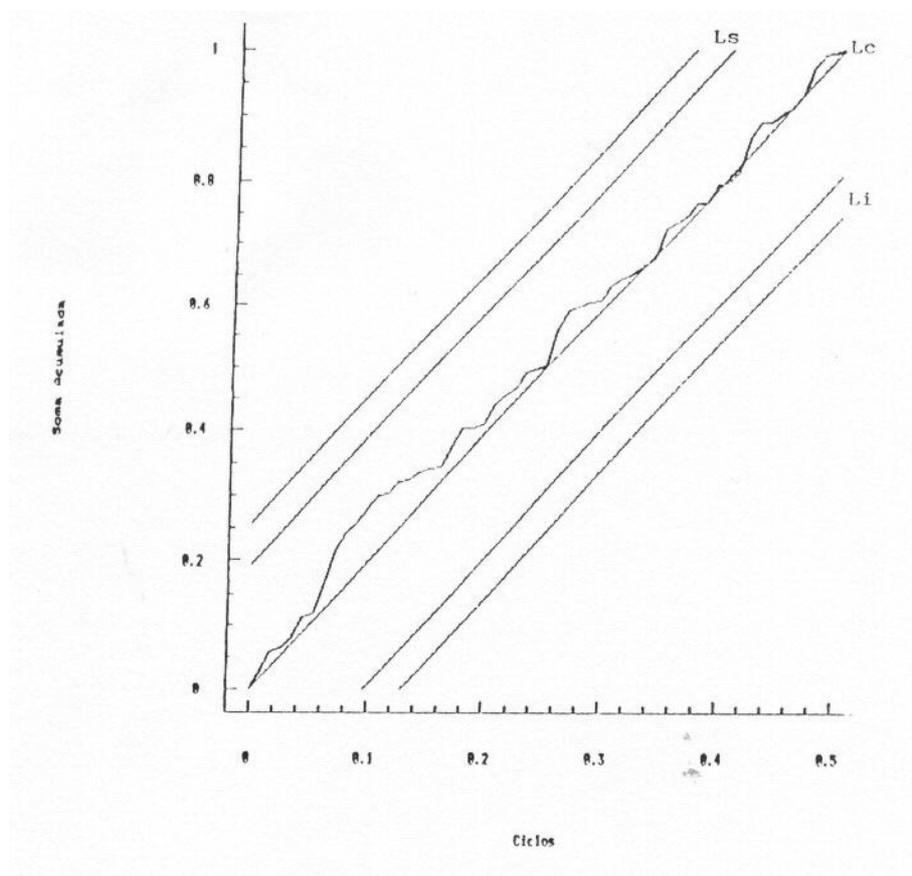


FIGURA 14 – Periodograma acumulado dos resíduos de M1

Dois comentários fazem-se necessários. Em primeiro lugar, observa-se que as estimativas dos coeficientes das variáveis de intervenção  $\xi_i$  tem os sinais esperados. Isto é,  $\xi_2$  tem sinal negativo, enquanto que  $\xi_1, \xi_3, \xi_4$  e  $\xi_5$  tem sinais positivos. Em segundo lugar, houve uma redução da soma dos quadrados dos resíduos e, portanto, na variância e no desvio padrão estimados, tendo este último sofrido uma redução de cerca de 43.01 % de 1.4489 para 0.82579.

Estas observações nos levam a concluir pela validade das variáveis de intervenção no modelo.

A inclusão destas variáveis no modelo pode ser justificada do seguinte forma:

- 1) O acréscimo do volume de M1 no mês de dezembro de 1984, é caracterizado pelo efeito sazonal, pois em todos os anos a partir de 1984 o efeito sazonal foi detectado pelo modelo, pois em dezembro de 1985 foi o período que apresentou a variação percentual mais acentuada (esta maior circulação de moeda é devido ao final do ano onde há um crescimento caracterizado pelo efeito sazonal, pois em todos os anos há encerramento de balanço a partir de 1985 o efeito sazonal foi detectado pelo modelo, das vendas, por ocasião das festas de fim de ano).

- 2) O decréscimo do volume de M1 no mês de janeiro de 1985, é o período que apresentou a maior variação percentual;
- 3) Esta variável representa a intervenção dos reflexos dividida ao plano cruzado que impôs um congelamento de preços, o qual vigorou de março a dezembro de 1986.
- 4) As intervenções ocorridas em Fevereiro e Março de 1990, é o reflexo do Plano Collor I. Uma característica do choque brasileiro é que houve uma redução não-antecipada de cerca de dois terços no estoque da moeda na economia (algo como de 100 para 33), um imposto de uma única vez que não deve ser confundido com a evolução da taxa de crescimento monetário. O M1, que no início da década de 70, quando a taxa de inflação oscilava em torno de 20% ao ano, representava 15% do Produto Interno Bruto, vinha ao longo dos anos reduzindo-se de tal forma que representava apenas 25 do Produto Interno bruto na véspera do Plano Collor. Na medida em que M1 se reduzia em termos reais, aumentava a liquidez e o volume de títulos públicos em poder do público, que passou crescentemente, a ser financiado diariamente no overnight. Com isso, transformou-se na moeda indexada e remunerada. (NAKANO, 1990). Para meios de pagamento M1 a expansão em abril de 1990 foi de 38.5.

## 8.2 – Análise da série de meios de pagamento M2

A série contém 112 observações representativas da variação percentual mensal, no período de janeiro de 1982 até abril de 1991.

A figura 15 mostra a variação percentual da série de meios de pagamento M2.

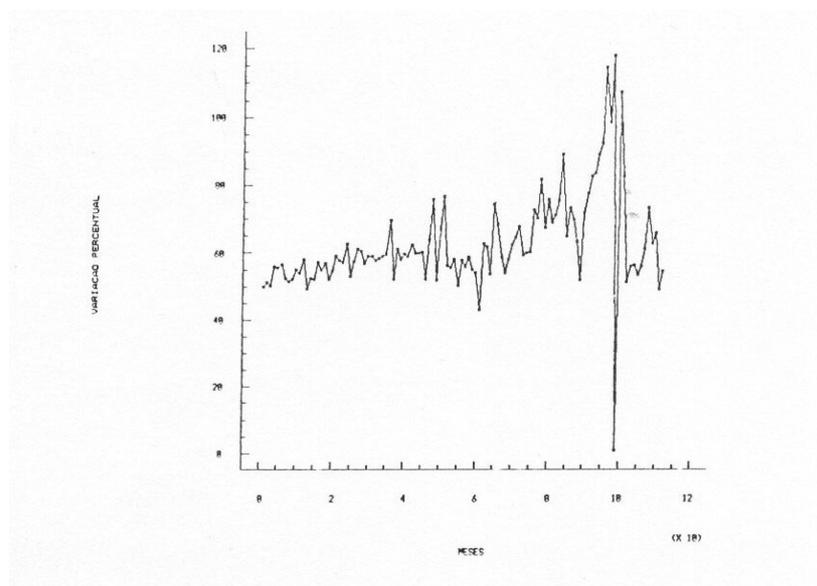


FIGURA 15 – Série original da variação percentual de M2.

### Modelo sem intervenção

O modelo univariado identificado para a série M2 foi um AR (2) com os seguintes parâmetros, na qual encontra-se na Tabela 4.

TABELA 4 – Parâmetros da série M2

Fator	lag	Coefficiente	t calc.
Média		62.902	22.38
Autoregressivo	1	0.29710	3.31
Autoregressivo	3	0.25854	2.89

Todos os parâmetros são significativos ao nível de significância de 5 %.

O modelo univariado é da forma:

$$Z_t = \mu + \varphi_2 Z_{t-2} + \varphi_3 Z_{t-3} + a_t$$

$$Z_t - \varphi_2 Z_{t-2} - \varphi_3 Z_{t-3} = \mu + a_t$$

$$Z_t (1 - \varphi_2 B^2 - \varphi_3 B^3) = \mu + a_t$$

$$Z_t - \mu = \frac{a_t}{(1 - \varphi_2 B^2 - \varphi_3 B^3)}$$

$$Z_t - 62.902 = \frac{a_t}{(1 - 0.29701 B^2 - 0.25854 B^3)}$$

(22.38)          (3.31)          (2.89)

As estatísticas de ajuste do modelo são os seguintes coeficientes:

$$R^2 = 19.24\%$$

$$AIC = 5.1643$$

$$BIC = 5.2383$$

Os valores dos erros ajustado são:

$$\mu = -0.000006247 \quad \sigma_a^2 = 162.960756$$

### Modelo com intervenção

A fim de melhorar o ajuste do modelo dos reais, foram feitas cinco intervenções do tipo impulso, impulso sazonal e degrau a um nível de significância de 5%.

Na tabela 5 encontra-se as intervenções necessárias no modelo ajustado.

TABELA 5 – Intervenções feitas a série M2.

Nº de Int.	Tipo	lag	Coef.	t calc.	Período
1	3	84 ...	1.3684	6.17	Dez/88
2	3	86 ...	0.9140	4.06	Fev/89
3	2	91	1.5164	7.19	Ago/89
4	1	99	- 8.2493	-21.25	Mar/90
5	2	102	- 2.0822	-8.38	Jun/90

O novo modelo encontrado após a intervenção e ima transformação raiz foi um AR(2), com os seguintes parâmetros, listados na tabela 6.

TABELA 6 Parâmetros da série M2 com intervenção

Fator	lag	Coefficiente	t calc.
Média		7.7994	73.66
Autoregressivo	2	0.22682	2.47
Autoregressivo	3	0.36277	3.96

Todos os parâmetros são significativos ao nível de significância de 5%.

O modelo da série M2 com intervenção é da seguinte forma:

$$Z_t = \mu + \varphi_2 Z_{t-2} + \varphi_3 Z_{t-3} + a_t + \sum_{i=1}^5 \gamma_i X_t$$

$$Z_t - \varphi_2 Z_{t-2} - \varphi_3 Z_{t-3} = \mu + a_t + \sum_{i=1}^5 \gamma_i X_t$$

$$Z_t (1 - \varphi_2 B^2 - \varphi_3 B^3) = \mu + a_t + \sum_{i=1}^5 \gamma_i X_t$$

$$Z_t = \mu + \frac{a_t}{(1 - \varphi_2 B^2 - \varphi_3 B^3)} + \sum_{i=1}^5 \gamma_i X_t$$

$$Z_t = 7.7994 + \frac{a_t}{(1 - 0.22682B^2 - 0.36277B^3)} + \sum_{i=1}^5 \gamma_i X_t$$

(73.66)      (2.47)      (3.96)

Com as cinco intervenções feitas ao modelo verificou-se que houve uma melhora nos coeficientes de ajustes do modelo

$$R^2 = 85.34\%$$

$$AIC = -1.7760$$

$$BIC = -1.8009$$

$$Q = 17.4023$$

$$Q_{tab} = 31.41$$

Ao analisarmos os resíduos do modelo verifica-se o seguinte:

$$\mu = -0.000003585$$

$$\sigma_a^2 = 0.148463$$

Nas figuras 16 e 17 respectivamente encontra-se a representação dos resíduos e do periodograma acumulado da série de meios de pagamento M2.

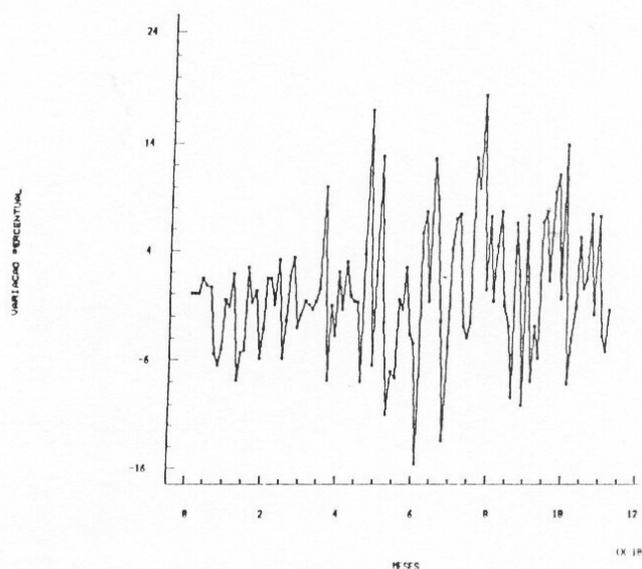


FIGURA 16 – Série original dos resíduos de M2

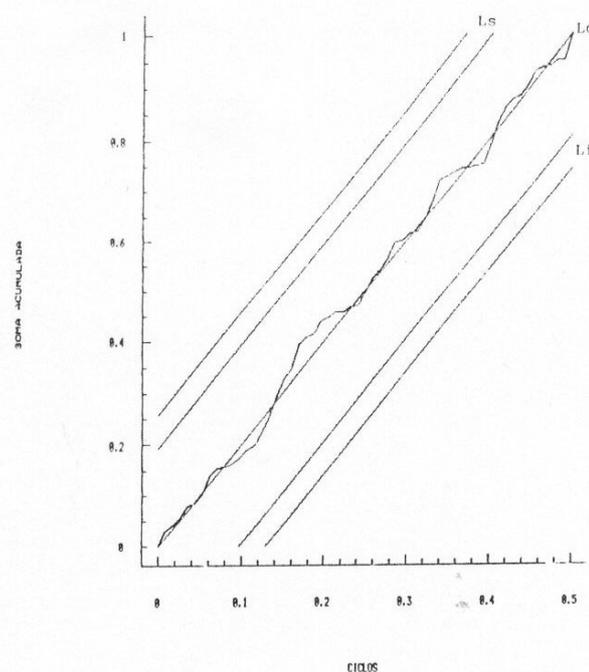


FIGURA 17 – Periodograma acumulado dos resíduos de M2

Observa-se que as estimativas dos coeficientes das variáveis de intervenção “ $\xi_i$ ” tem os sinais esperados. Isto é,  $\xi_4$  e  $\xi_5$  tem sinais negativos, enquanto que  $\xi_1, \xi_2, \xi_3$  tem sinais positivos. Em segundo lugar, houve uma redução da soma dos quadrados dos resíduos e, portanto, na variância e no desvio padrão estimados, tendo este último sofrido uma redução de 96.98 % de 12.7656 para 0.38531.

Estas observações nos levam a concluir pela variedade das variáveis de intervenção incluídas no modelo.

A inclusão destas variáveis no modelo pode ser justificado do seguinte forma:

- 1) O acréscimo do volume de M2 no mês de dezembro de 1988, é caracterizado pelo efeito sazonal, pois em todos os anos a partir de 1988 o efeito sazonal foi detectado pelo modelo, pois em dezembro de 1988 foi o período que apresentou a variação percentual mais acentuada.
- 2) O acréscimo do volume de M2 no mês de fevereiro de 1989, é caracterizado pelo efeito sazonal, pois em todos os anos a partir de 1989 o efeito sazonal foi detectado pelo modelo. A intervenção ocorrida em fevereiro de 1989 coincide com o fato da implantação do Plano Verão que representava mais uma tentativa do Presidente Sarney para conter a inflação através do congelamento de preços e retenção da demanda de bens consumíveis.

- 3) A intervenção detectada em agosto de 1989, é uma intervenção do tipo degrau, a qual detectou uma mudança de nível, em que houve uma mudança de patamar de 20 % para 30%, tanto em vista que houve uma expansão bastante acentuada no agregado monetário M2, culminado com a implantação do Plano Brasil Novo I em março de 1990, quando ocorreu a retenção dos ativos financeiros no banco central criando-se assim, um novo agregado monetário denominado M5, cuja a relação ocorrida entre M2/M5 é de 31.69 % em fevereiro de 1991.

### 8.3 – Análise da série de meios de pagamento M3

A série contém 112 observações representativas da variação percentual mensal, no período de janeiro de 1982 até abril de 1991.

A figura 18 mostra a variação percentual da série de meios de pagamento M3.

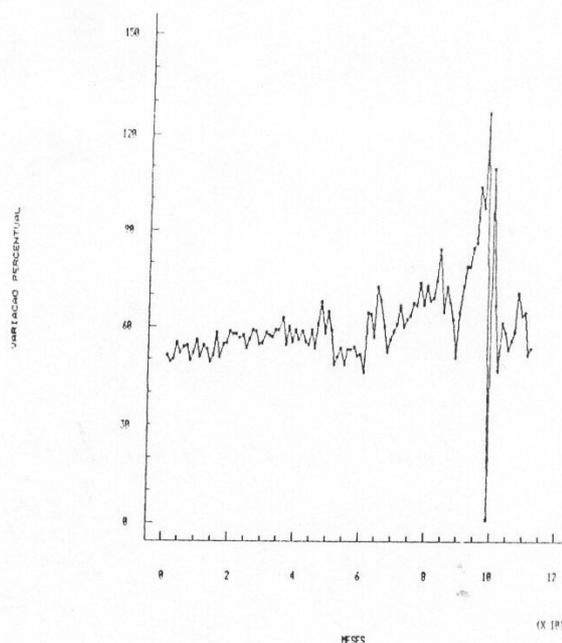


FIGURA 18 – Série original da variação percentual de M3

#### Modelo sem intervenção

O modelo univariado identificado para a série M3 foi um AR (2) com os seguintes parâmetros, na qual encontra-se na tabela 7.

TABELA 7 – Parâmetros da série M3

Fator	lag	Coefficiente	t calc.
Média		61.199	18.34
Autoregressivo	2	0.37377	4.41
Autoregressivo	3	0.28178	3.33

Todos os parâmetros são significativos ao nível de significância de 5%.

O modelo univariado é da seguinte forma:

$$Z_t = \mu + \varphi_2 Z_{t-2} + \varphi_3 Z_{t-3} + a_t$$

$$Z_t - \varphi_2 Z_{t-2} - \varphi_3 Z_{t-3} = \mu + a_t$$

$$Z_t (1 - \varphi_2 B^2 - \varphi_3 B^3) = \mu + a_t$$

$$Z_t - \mu = \frac{a_t}{(1 - \varphi_2 B^2 - \varphi_3 B^3)}$$

$$Z_t - 61.199 = \frac{a_t}{(1 - 0.37377 B^2 - 0.28178 B^3)}$$

(18.34)      (4.41)      (3.33)

As estatísticas de ajuste do modelo são os seguintes coeficientes:

$$R^2 = 25.60\%$$

$$AIC = 4.9964$$

$$BIC = 5.0704$$

Os valores dos erros do modelo ajustado são:

$$\mu = -0.000002022 \quad \sigma_a^2 = 139.9489$$

#### Modelo com intervenção

A fim de melhorar o ajuste do modelo dos dados reais, foram feitas cinco intervenções do tipo impulso, impulso sazonal e degrau a um nível de significância de 5%.

Na tabela 8 encontra-se intervenções necessárias ao modelo ajustado.

TABELA 8 – Intervenções feitas a série M3

Nº de Int.	Tipo	lag	Coef.	t calc.	Período
1	2	62	0.8054	3.89	Fev/87
2	3	84 ...	0.6924	4.02	Dez/88
3	1	98	2.0529	5.69	Fev/90
4	1	99	- 7.8632	-20.28	Mar/90
5	1	100	2.1106	5.98	Abr/90

O novo modelo encontrado após a intervenção foi um ARMA (1,1), com os seguintes parâmetros, listados na tabela 9.

TABELA 9 – Parâmetros da série M3 com intervenção

Fator	Lag	Coefficiente	t calc.
Média		7.3587	47.73
Autoregressivo	2	0.53171	4.86
Médias Móveis	1	- 0.63359	- 6.76

Todos os parâmetros são significativos ao nível de significância de 5%

O modelo da série M3 com intervenção é da seguinte forma:

$$Z_t = \mu + \varphi_2 Z_{t-2} + a_t + \theta_1 a_{t-1} + \sum_{i=1}^5 \gamma_i X_t$$

$$Z_t - \varphi_2 Z_{t-2} = \mu + a_t + \theta_1 a_{t-1} + \sum_{i=1}^5 \gamma_i X_t$$

$$Z_t (1 - \varphi_2 B^2) = \mu + a_t (1 - \theta_1 B) + \sum_{i=1}^5 \gamma_i X_t$$

$$Z_t = \mu + \frac{a_t (1 - \theta_1 B)}{(1 - \varphi_2 B^2)} + \sum_{i=1}^5 \gamma_i X_t$$

$$(-6.76)$$

$$Z_t = 7.3587 + \frac{a_t (1 - 0.63359 B)}{(1 - 0.53171 B^2)} + \sum_{i=1}^5 \gamma_i X_t$$

$$(47.73)$$

$$(4.86)$$

Com as cinco intervenções feitas ao modelo verificou-se que houve uma melhora nos coeficientes de ajustes do modelo

$$R^2 = 87.69\%$$

$$AIC = -5.8079$$

$$BIC = -5.7343$$

$$Q = 18.7157$$

$$Q_{tab} = 31.41$$

Ao analisarmos os resíduos do modelo verifica-se p seguinte:

$$\mu = 0.002844$$

$$\sigma_a^2 = 0.11604242$$

Nas figuras 19 e 20 respectivamente encontra-se a representação dos resíduos e do periodograma acumulado da série de meios de pagamento M3.

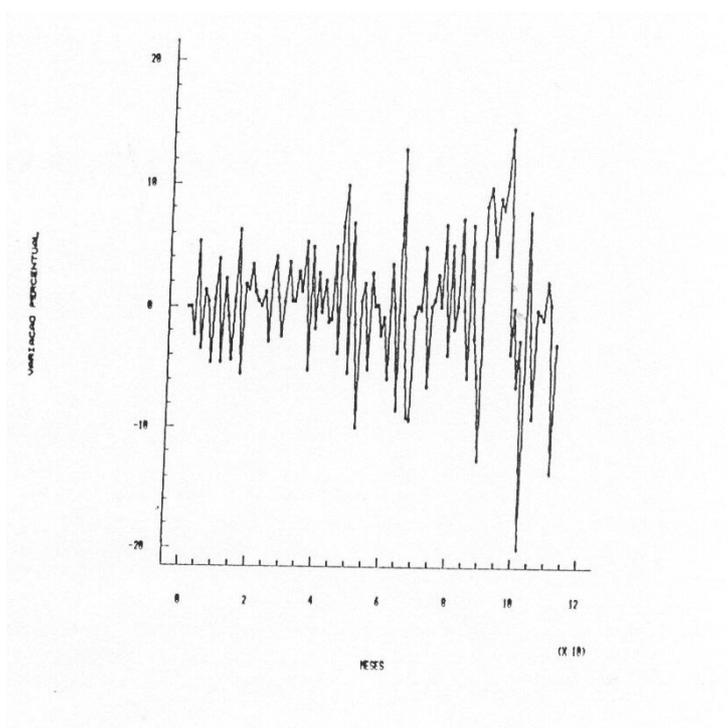


FIGURA 19 – Série original dos resíduos de M3

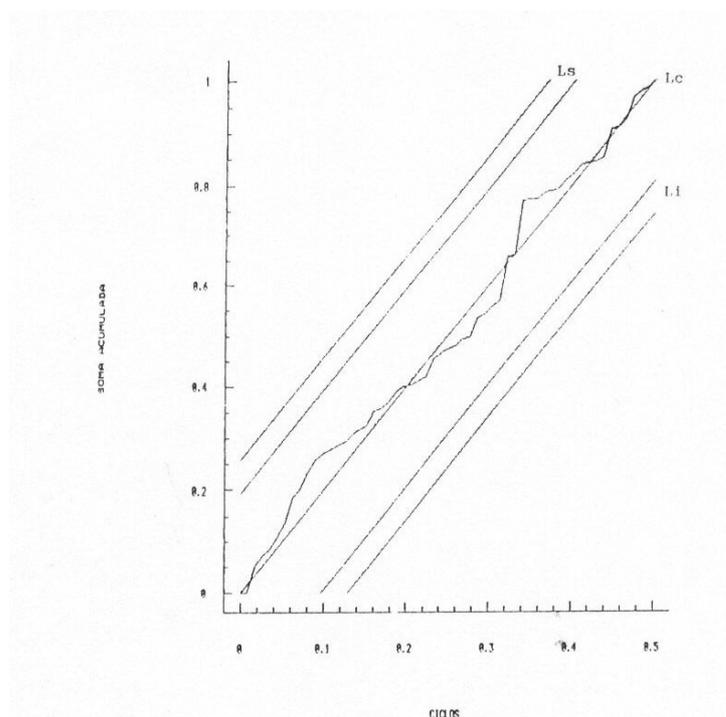


FIGURA 20 – Periodograma acumulado dos resíduos de M3

Observe-se que as estimativas dos coeficientes das variáveis de intervenção “ $\xi_i$ ” tem os sinais esperados. Isto é,  $\xi_4$  tem sinal negativo, enquanto que  $\xi_1, \xi_2, \xi_3$  e  $\xi_5$  tem sinais positivos. Em segundo lugar, houve uma redução da soma dos quadrados dos resíduos e, portanto, na variância e no desvio padrão estimados, tanto este último sofrido uma redução de cerca de 97.125 de 11.8300 para 0.3406.

Estas observações nos levam a concluir pela validade das variáveis de intervenção incluídas no modelo.

A inclusão destas variáveis no modelo pode ser justificada do seguinte forma:

- 1) A intervenção detectada em fevereiro de 1987, é uma intervenção do tipo degrau, a qual detectou uma mudança de nível.
- 2) O acréscimo do volume de M3 no mês de dezembro de 1988, é caracterizado pelo efeito sazonal, pois em todos os anos a partir de 1988 o efeito sazonal foi detectado pelo modelo, em dezembro de 1988 foi o período que apresentou a variação percentual mais acentuada.
- 3) As intervenções ocorridas em fevereiro e março de 1990 foram os períodos antes e pós-plano de estabilização, a intervenção anterior ao plano mostra as taxas muito elevadas onde havia a grande procura por aplicações financeiras, com o plano de estabilização, houve um enxugamento dos ativos financeiros levando assim uma grande redução na taxa

de expansão do agregado monetário M3. Logo, após o plano em abril de 1990 houve um crescimento no volume de M3.

#### 8.4 – Análise da série de meios de pagamento M4

A série contém 54 observações representativas da variação percentual mensal, no período de novembro de 1982 até abril de 1991.

A figura 21 mostra a variação percentual da série de meios de pagamento M4.

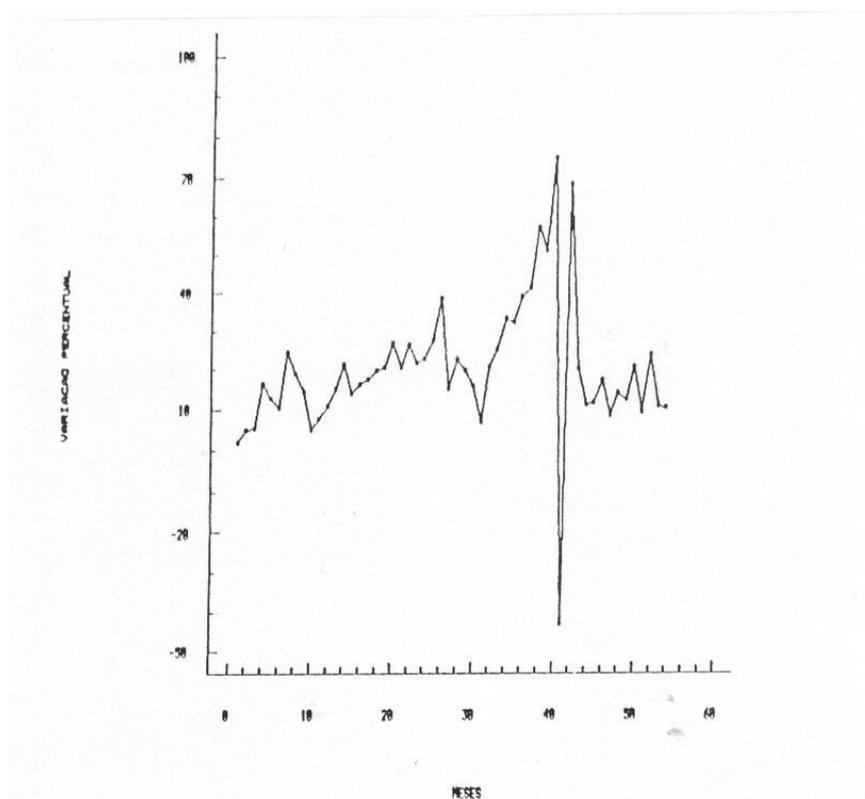


FIGURA 21 – Série original da variação percentual de M4

##### Modelo sem intervenção

O modelo univariado identificado para a série M4 foi um MA (2) com os seguintes parâmetros, na qual encontra-se na tabela 10.

TABELA 10 – Parâmetros da série M4

Fator	Lag	Coefficiente	t calc.
Média		63.638	19.66
Médias Móveis	2	- 0.27244	- 2.08
Médias Móveis	3	- 0.17736	- 1.35

Todos os parâmetros são significativos ao nível de significância de 5%.

O modelo univariado é da seguinte forma:

$$Z_t = \mu + \theta_2 a_{t-2} + \theta_3 a_{t-3} + a_t$$

$$Z_t = \mu + a_t (1 + \theta_2 B^2 + \theta_3 B^3)$$

$$Z_t = 63.638 + a_t (1 - 0.27244 B^2 - 0.17736 B^3)$$

(19.66)            (-2.08)            (-1.35)

As estatísticas de ajuste do modelo são os seguintes coeficientes:

$$R^2 = 12.49\%$$

$$AIC = 5.6433$$

$$BIC = 5.7538$$

Os valores dos erros do modelo ajustado são:

$$\mu = -0.30751 \qquad \sigma_a^2 = 252.58745$$

#### Modelo com intervenção

A fim de melhorar o ajuste do modelo dos dados reais, foram feitas cinco intervenções do tipo impulso, e degrau a um nível de significância de 5%.

Na tabela 11 encontra-se as intervenções necessárias ao modelo ajustado.

TABELA 11 – Intervenções feitas a série M4

Nº de Int.	Tipo	lag	Coef.	t calc.	Período
1	2	13	14.640	3.10	Dez/82
2	1	38	19.749	2.75	Dez/88
3	1	40	39.697	5.27	Dez/79
4	1	41	- 73.271	-10.09	Mar/89
5	1	42	39.6286	5.57	Abr/89

O novo modelo encontrado após a intervenção foi um SARMA (0, 2)(0, 1)<sub>1,2</sub> com os seguintes parâmetros, listados na tabela 12.

TABELA 12 – Parâmetros da série M4 com intervenção

Fator	Lag	Coefficiente	t calc.
Média		51.285	12.44
Médias Móveis	2	- 0.41491	- 3.11
Médias Móveis	3	- 0.42485	- 3.02
Médias Móveis	12	- 0.32452	- 1.97

Todos os parâmetros são significativos ao nível de significância de 55.

O modelo da série M4 com intervenção é da seguinte forma:

$$Z_t = \mu + \theta_2 a_{t-2} + \theta_3 a_{t-3} + \theta_1 a_{t-1} + \sum_{i=1}^5 \gamma_i X_t$$

$$Z_t = \mu + a_t (1 + \theta_2 B^2 + \theta_3 B^3 + \theta_1 B^1) + \sum_{i=1}^5 \gamma_i X_t$$

$$Z_t = 51.285 + a_t (1 - 0.41491 B^2 - 0.42485 B^3 - 0.32452 B^1) + \sum_{i=1}^5 \gamma_i X_t$$

(12.44)            (-3.11)            (-3.02)            (-1.97)

Com as cinco intervenções feitas ao modelo verificou-se que houve uma melhora nos coeficientes de ajustes do modelo

$$R^2 = 83.87\%$$

$$AIC = 4.1744$$

$$BIC = 4.5059$$

$$Q = 13.4589$$

$$Q_{tab} = 31.41$$

Ao analisarmos os resíduos do modelo verifica-se o seguinte:

$$\mu = 0.29998$$

$$\sigma_a^2 = 46.485124$$

Nas figuras 22 e 23 respectivamente encontra-se a representação dos resíduos e do periodograma acumulado da série de meios de pagamento M4.

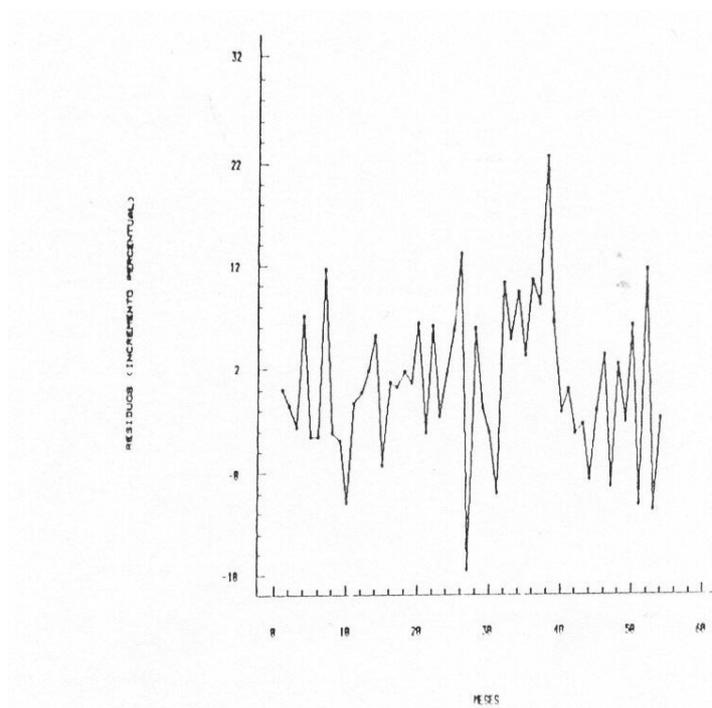


FIGURA 22 – Série original dos resíduos de M4

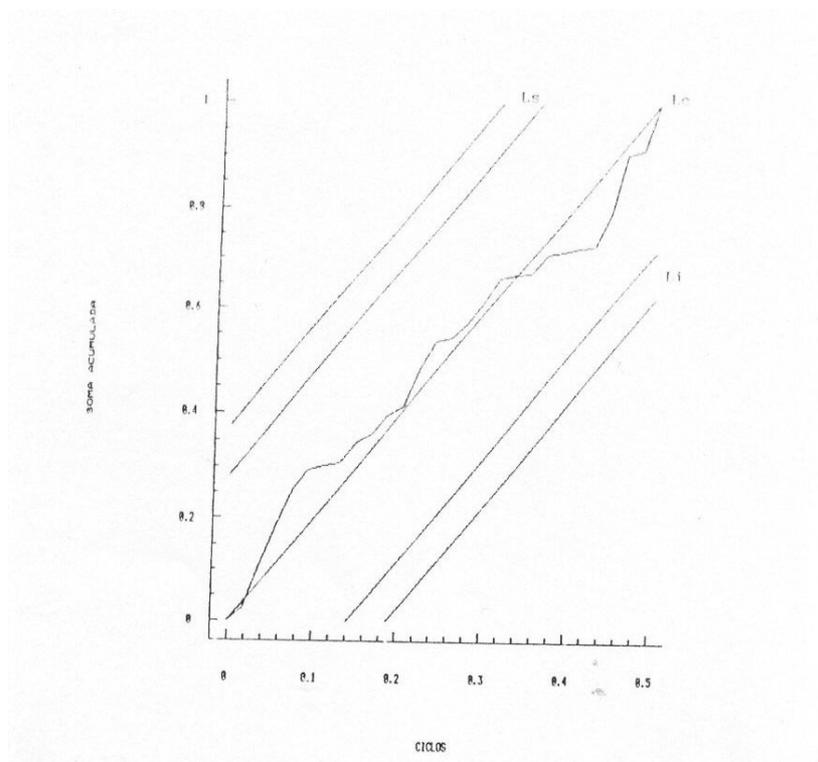


FIGURA 23 – Periodograma acumulado dos resíduos de M4.

Observa-se que as estimativas dos coeficientes das variáveis de intervenção “ $\xi_i$ ” tem os sinais esperados. Isto é,  $\xi_4$  tem sinal negativo, enquanto que  $\xi_1, \xi_2, \xi_3, e \xi_5$  tem sinais positivos. Em segundo lugar, houve uma redução da soma dos quadrados resíduos e, portanto, na variância e no desvio padrão estimados, tendo este último sofrido uma redução de cerca de 57.10% de 15.893 para 6.818.

Estas observações nos levam a concluir pela validade das variáveis de intervenção incluídas no modelo.

A inclusão destas variáveis no modelo pode ser justificada do seguinte forma:

- 1) Durante o período analisado houve somente dois tipos de intervenção, ou seja, do tipo degrau e do tipo impulso, mostrando exatamente, que quando aumenta a inflação, aumenta os meios de pagamentos, reproduzindo-se à medida que, a uma desaceleração do processo inflacionário.
- 2) A intervenção ocorrida em março de 1989, mostrou a adequação dos níveis de liquidez às reais necessidades da economia, após o plano verão, em que houve uma redução do processo inflacionário, mais que a partir de abril de 1989,. Já começa a retomada do aumento da liquidez.

A expansão da liquidez total (M4) foi de 68.00, reduzindo a relação M1/M4 para 28.46 contra 29.52 em março de 1990.

Se admitirmos que o conceito adequado de moeda seja aquele para o qual se consiga determinar um limite natural para a relação do estoque com o nível da renda interna, persistirão sérios problemas à aceitação desses parâmetros. No caso brasileiro, por exemplo, o que se observa é que, pelo menos na década de 80, inexistem indícios de quaisquer limites para essas relações, a não ser para o estoque de  $M_3$  ( $M_1$  mais depósitos a prazo e de popança) que, conforme os dados da tabela abaixo, se manteve razoavelmente, próximo dos 21 % do PIB, a despeito, da extrema variabilidade da taxa anual de inflação.

TABELA 13 – Relação entre meios de pagamento e o PIB no período de 1980 1988

Período	$M_1 / PIB$	$M_3 / PIB$	$M_4 / PIB$
1980	7.3 %	19.4 %	20.2 %
1981	8.0 %	19.8 %	25.3 %
1982	6.6 %	19.8 %	26.2 %
1983	5.2 %	21.0 %	27.4 %
1984	4.6 %	21.1 %	29.1 %
1985	4.9 %	21.5 %	32.5 %
1986	7.7 %	21.0 %	29.3 %
1987	6.3 %	21.6 %	33.4 %
1988	4.3 %	24.2 %	43.5 %

FONTE: Banco Central e IBGE.

Ocorre que, se tornarmos  $M_3$  como conceito relevante de moeda e a proporção de 21% do PIB como a ideal para o estoque desses ativos financeiros na economia brasileira, nos obrigamos, igualmente, a aceitar uma série de outras hipóteses bastantes construtivas sobre várias outras questões dos ativos financeiros entre si e do papel da taxa de juros na captação de recursos financeiros. Em outras palavras, teríamos de negar a possibilidade teórica de movimentos especulativos envolvendo depósitos de poupança; justamente o contrário do alegado pelo governo para incluí-los entre os ativos financeiros de liquidez temporariamente bloqueada.

Supondo, porém, que, na média,  $M_3$  não tenha sido significativamente afetado por tais questões e que se possa tomar esse limite de 21 % do PIB como representativo do estoque ideal de moeda para a economia brasileira, teremos um parâmetro que, embora precário, pode nos levar a interessantes especulações sobre as perspectivas da política monetária no futuro próximo.

### 8.5 – Análise da série do índice de Produção Industrial

Analisamos os dados correspondentes à série de índices mensais da Produção Industrial Brasileira (índice geral), correspondendo a 126 observações no período de janeiro de 1980 a julho de 1990.

O gráfico da série original é mostrado na figura 24. Pela inspeção visual pode-se observar que existe um movimento ascendente decrescente da série no tempo e um comportamento periódico a cada 12 meses.

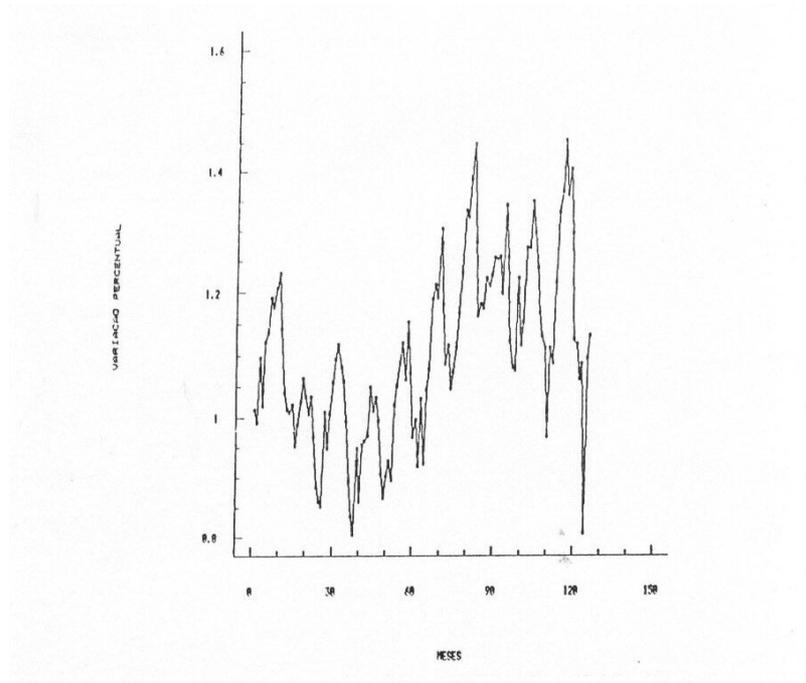


FIGURA 24 – Gráfico da série original do índice de produção industrial

### Modelo sem intervenção

Assim, pode-se identificar as componentes de tendência (crescimento linear) e sazonalidade (período  $S = 12$ ).

TABELA 14 – Parâmetros da série do Índice da Produção Industrial

Fator	lag	Coefficiente	t calc.
Média		1.12320	8.97
Autoregressivo	1	0.80361	14.19
Autoregressivo	12	0.77510	9.83

Todos os parâmetros são significativos ao nível de significância de 5%.

O modelo univariado é da seguinte forma:

$$Z_t = \mu + \phi_1 Z_{t-1} + \phi_2 Z_{t-2} + a_t$$

$$Z_t - \phi_1 Z_{t-1} - \phi_2 Z_{t-2} = \mu + a_t$$

$$Z_t (1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2) = \mu + a_t$$

$$Z_t = \mu + \frac{a_t}{(1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2)}$$

$$Z_t = 1.12320 + \frac{a_t}{(1 - 0.80361B - 0.77510B^2)}$$

(8.97)            (14.19)            (9.83)

As estatísticas de ajuste do modelo são as seguintes:

$$R^2 = 84.71\%$$

$$AIC = -5.6469$$

$$BIC = -5.5749$$

$$Q = 17.7577$$

$$Q_{tab} = 31.41$$

Os valores dos erros do modelo ajustado são:

$$\mu = -0.000002065$$

$$\sigma_a^2 = 0.00335$$

### Modelo com intervenção

A fim de melhorar o ajuste do modelo dos dados reais, foram feitas cinco intervenções do tipo impulso a um nível de significância de 5%.

Na tabela 15 encontram-se as intervenções necessárias ao modelo ajustado.

TABELA 15 – Intervenções feitas a série do Índice de Produção Industrial

Nº de Int.	Tipo	lag	Coef.	t calc.	Período
1	1	15	0.13203	3.76	Mar/81
2	1	63	0.10407	4.02	Mar/85
3	1	97	-0.09002	-2.62	Jan/88
4	1	104	0.84926	2.62	Ago/88
5	1	124	-0.23230	-6.78	Abr/90

O novo modelo encontrado após as intervenções foi um SARMA (1,1) (1,0)<sub>1,2</sub>, com os seguintes parâmetros, listados na tabela 16.

TABELA 16 – Parâmetros da série do Índice de Produção.

Fator	lag	Coefficiente	t calc.
Média		1.38120	9.75
Autoregressivo	1	0.79134	12.59
Autoregressivo	12	0.79177	13.03
Médias móveis	3	-0.29155	-2.73

Todos os parâmetros são significativos ao nível de significância de 5%.

O modelo da série do Índice de Produção Industrial com intervenção é da seguinte forma:

$$Z_t = \mu + \phi_1 Z_{t-1} + \phi_2 Z_{t-12} + \theta_1 a_{t-3} + a_t + \sum_{i=1}^5 \gamma_i X_t$$

$$Z_t - \phi_1 Z_{t-1} - \phi_2 Z_{t-12} = \mu + \theta_1 a_{t-3} + a_t + \sum_{i=1}^5 \gamma_i X_t$$

$$Z_t (1 - \phi_1 B - \phi_2 B^{12}) = \mu + a_t (1 + \theta_1 B^3) + \sum_{i=1}^5 \gamma_i X_t$$

$$Z_t = \mu + \frac{a_t (1 + \theta_1 B^3)}{(1 - \phi_1 B - \phi_2 B^{12})} + \sum_{i=1}^5 \gamma_i X_t$$

(-2.73)

$$Z_t = 1.38120 + \frac{a_t (1 - 0.29155 B^3)}{(1 - 0.79134 B - 0.79177 B^{12})} + \sum_{i=1}^5 \gamma_i X_t$$

(9.75)      (12.59)      (13.03)

Com as cinco intervenções feitas ao modelo verificamos que houve uma melhora nos coeficientes de ajuste do modelo

$$R^2 = 91.95\%$$

$$AIC = -6.1827$$

$$BIC = -5.9666$$

$$Q = 17.7577$$

$$Q_{tab} = 31.41$$

Ao analisarmos os resíduos do modelo verificamos o seguinte:

$$\mu = -0.000109$$

$$\sigma_a^2 = 0.00176$$

Nas figuras 25 e 26 respectivamente encontra-se a representação dos resíduos e do periodograma acumulado da série do Índice de Produção Industrial.

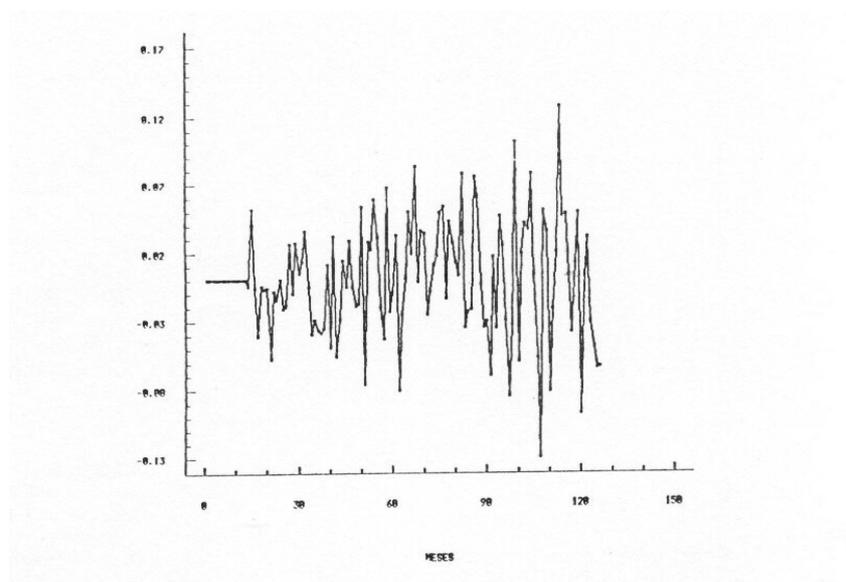


FIGURA 25 – Série original dos resíduos do Índice da Produção

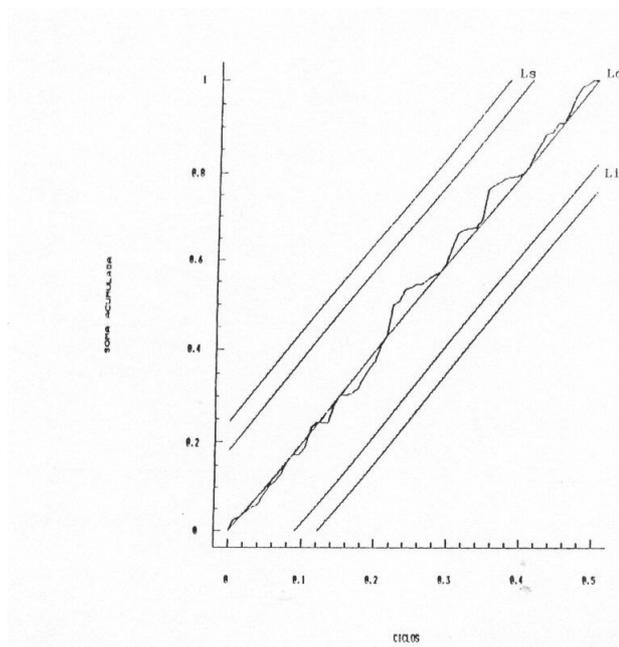


FIGURA 26 – Periodograma acumulado dos resíduos da série do Índice da Produção Industrial.

Observa-se que as estimativas dos coeficientes das variáveis de intervenção “ $\xi_i$ ” tem os sinais esperados. Isto é,  $\xi_3$  e  $\xi_5$  tem sinal negativo, enquanto que  $\xi_1$ ,  $\xi_2$  e  $\xi_4$  tem sinais positivos. Em segundo lugar, houve uma redução da soma dos quadrados dos resíduos e, portanto, na variância e no desvio padrão estimados, tendo nesta última sofrido uma redução de cerca de 27.63% de 0.0579 para 0.0419.

Estas observações nos levam a concluir pela validade das variáveis de intervenção incluídas no modelo.

A inclusão destas variáveis no modelo pode ser justificada do seguinte forma:

- 1) A intervenção ocorrida em janeiro de 1988, mostra uma redução do nível do processo, conforme era esperado pelos novos ajustes econômicos decorrentes do Plano Bresser, implantado em julho de 1987.
- 2) A intervenção ocorrida em abril de 1990, mostra os reflexos do plano de estabilidade do Governo Collor, que devido as incertezas presentes na economia, no momento, não facilitarão as decisões de expansão de capacidade e nem de redirecionamento dos investimentos para atender às modificações do perfil da demanda. E por estas razões que o setor de produção sofreu de imediato pós- plano.

## 9- CONCLUSÃO

Fazendo-se uma retrospectiva no período de 1980 e 1991 observou-se que:

As variáveis monetárias bem como a produção industrial teve um comportamento de aceleração e desaceleração conforme o comportamento inflacionário.

Os modelos encontrados através da análise de intervenção apresentam uma performance altamente significativa em relação aos modelos sem intervenção, tendo em vista que os modelos conseguiram detectar a influência da implantação dos planos de estabilização.

Deixa-se em aberto o problema para que seja analisado através da metodologia Bayesiana, utilizando-se o coeficiente da lei da variância para monitorar as mudanças ocorridas na economia brasileira.

## BIBLIOGRAFIA

- BOX, G. E. P. & JENKINS, G.M. Time Séries Analysis, forecasting and control, Asn Francisco. Holden Day.
- BHATTACHARYYA, M.N. & LAYTON, A.P. (1979). Effective ness of seat belt legislation on the Queensland road tool- An Australian case study in intervencion analysis. Journal the American Statistica association, 74: 596 – 603.
- BOX, G. E. P. & TIAO, G. C. (1976). Comparioson of forecast and actuality. Appllied Statistica, 25: 195 – 200.
- BOX, G. E. P. & TIAO, G. C . (1975).Intervention analysis with aplicacions to economic and everinmental problens. Journal of the Americam Statistical association, 70, 70 – 79.
- CAMARGO, M. E. ; SORTICA, G. B. & MORAES, A. B. Estudo de Séries Econômicas Utilizando Análise de Intervenção. Ciência e Natureza. Santa Maria.
- CAMARGO, M. E. & SOUZA, A . M. Estudo do comportamento das Operações de Compra e Venda de uma Empresa Atacadista de Médio Porte. Monografia apresentada ao C. P. G. E. P. – UFSM – Santa Maria. 1990.
- D’ASTONS. F. & HIPEL, K. W. (1979). Analising Environmental Time Series. Journal of the environmental Engineering Division.
- HARVEY, A. C. DURBIM, J. (1986) . The Effects of Seat Belt Legislation on British Casualties: A case Study in Structural Time Séries Modelling. Journal Royal Statistical Society.
- HIPEL, K. W. et al (1975). Itervention Analysis in Water Resources research.
- HIPEL, K. W.; Mc LEOD, A. I. & Mc BEAM, (1977). Stochastic Modelling of the Effects of Reservoir Operation. Journal of Hydrology.
- JENKINS, J. Et al. (1978). Statistical Analysis of Multiple Time Series Associated With Air Quality Data: New Jersey Co Data. Madison, University of Wisconsin.
- MORETTIN, P. A . & TOLOI, C. M. C. , Modelos de Função de Transferência, Rio de Janeiro, 3ª Escola e séries Temporais Econometria, 1989.
- NEVES, C. & FRANCO, F. M. (1978). A Influência do Depósito Compulsório no Movimento de Passagens das Linhas Aéreas entre o Brasil e a Europa. Revista Brasileira de estatística.
- NAKANO, Y. (1990). As fragilidades do Plano Collor de Estabilização. Rio de Janeiro. Ed. Livros Técnicos e Científicos.
- PACK, D. J. (1977). Forecasting Time Series Affected by Identifiable Isolated Events. Working Paper Series, College of Adm. Sciences, Ohio State University.

- PINO, F. A. (1980). Análise de Intervenção e Séries Temporais – Aplicações em Economia Agrícola. Dissertação de Mestrado, IME-USP.
- Revista Conjuntura Econômica Instituto Brasileiro de Economia Fundação Getúlio Vargas. 1980-1991.
- SABOIA, J.L.M.(1976). Mortalidade Infantil e Salário Mínimo Uma Análise de Intervenção para o Município de São Paulo. Revista de Administração de Empresas.
- SOUZA, R. C. Metodologia Box & Jenkins para previsão de séries temporais univariadas. Monografia GSM-03/81, Grupo de sistemas. DEE – PUC. Rio de Janeiro. 1981.
- SOUZA, R. C. Metodologia para análise e previsão de séries temporais univariadas e multivariadas, Rio de Janeiro, Revista de Economia. 1981.
- SOUZA, R. C. Modelos estruturais para previsão de séries temporais: abordagens clássica e bayesiana. Rio de Janeiro, 17º Colóquio Brasileiro de Matemática. 1989.
- SOUZA, R. C. & CAMARGO, M. E. Trabalho sobre a Análise de Séries Temporais. Rio de Janeiro. PUC. 1990.