CALCULADORAS E OUTRAS GERINGONÇAS NA ESCOLA

*DENISE ALVES DE ARAÚJO**
*EDUARDO SARQUIS SOARES***

* *Professores da UFMG*
Imagem: Mecanismo de relógio movido a peso, *Leonardo da Vinci – Século XV*

Algumas questões

Usar ou não usar as calculadoras nas aulas de Matemática? Seria essa a pergunta adequada? Ou será que a realidade social já impôs essas e outras geringonças ao acervo cultural da maioria dos alunos e deveríamos perguntar, sintonizados com essa realidade: como usar as calculadoras nas aulas de Matemática?

De fato, vivemos em uma sociedade invadida por essas "maquinhinhas". O custo reduzido generalizou a oportunidade de fazer menos esforço com as operações aritméticas. Entretanto ainda há resistência ao uso de calculadoras, não só nas aulas de Matemática, como também em outras áreas que porventura exijam algum cálculo em suas rotinas. A notícia do quadro abaixo, mesmo não sendo tão recente, é ilustrativa. Mas o que causa esse "desconforto" em professores, pais e, às vezes, até em alunos quando se propõe o uso desse instrumento de cálculo na sala de aula? Que benefícios ou prejuízos a calculadora pode trazer para o ensino de Matemática?

Sem pretender apresentar respostas definitivas para essas questões, queremos trazer elementos que possam favorecer o debate em torno do tema. As propostas curriculares, os livros didáticos e paradidáticos e as revistas especializadas vêm apresentando possibilidades de usos "inteligentes" dessas máquinas. Assim, pretendemos mostrar aqui um pouco desses elementos e analisar, de maneira sucinta, uma experiência que desenvolvemos com alunos com idades entre 10 e 11 anos.

DEU NO JORNAL!

O caderno Folhateen (*Folha de S. Paulo*), de 16 de outubro de 1995, informou que um garoto e uma garota, brasileiros que cursavam o equivalente às últimas séries do ensino fundamental em Portugal, ficaram inconformados com a obrigação imposta pela escola de se utilizar máquinas calculadoras nas aulas de matemática. Segundo depoimento do garoto, o professor o advertiu ao constatar que fazia uma prova sem as calculadoras, e ameaçou dar-lhe nota zero, caso se repetisse o ocorrido. O aluno tentou se explicar, dizendo que estava acostumado a fazer provas sem as máquinas no Brasil, mas o professor não aceitou o argumento. O Conselho Diretivo da escola chegou a convocar a mãe dos dois irmãos. Depois de muita discussão, ela conseguiu que os filhos fossem dispensados da exigência. Segundo eles, a partir daí, disputavam com os colegas quem resolvia os exercícios mais rapidamente. Os brasileiros sempre venciam.

Um pouco da história

A história das calculadoras modernas está intimamente ligada à história dos computadores digitais. O desenvolvimento destes ganhou enorme impulso durante a II Guerra Mundial. Naquela época, um problema dos cientistas consistia em desenvolver tabelas que pudessem ser rapidamente consultadas na hora de fazer mira. Para atirar, era preciso apontar para o alvo e decidir sobre a inclinação a ser dada ao canhão. A trajetória da bala não é uma linha reta por causa da influência da gravidade. A inclinação ideal varia conforme a distância do alvo, o vento, a diferença de altitude entre arma e alvo, o tipo de canhão e a munição utilizada. A eficiência do tiro depende, portanto, do aprimoramento de uma série de cálculos. No início da guerra, os cálculos para as tabelas de tiro eram feitos por uma equipe de soldados com ajuda de calculadoras mecânicas. Uma máquina que fizesse as contas sozinha seria um grande trunfo para o país que a desenvolvesse. Surgiram então os primeiros dispositivos analógicos de cálculo (Veja quadro seguinte). A abordagem digital mostrou-se mais eficiente. A velocidade de cálculo foi aumentando e ainda cresce com o aprimoramento dos modernos computadores. Além disso, a construção de instrumentos foi se aperfeiçoando, barateando os custos, até ser possível a qualquer estudante do ensino fundamental obter uma calculadora digital a preços razoáveis.

DEU NO JORNAL II

O caderno Mais (*Folha de S. Paulo*), de 11 de fevereiro de 1996, apresentou um artigo que contava um pouco da interessante história da invenção dos dispositivos eletrônicos de cálculo.

Um dispositivo analógico para fazer contas foi inventado no século XIX por Lorde Kelvin (1804-1907) e sua primeira utilização ocorreu no cálculo de marés. Era uma máquina composta por uma seqüência de engrenagens, que produziam riscos como resultado dos movimentos que faziam e que representavam operações matemáticas. O operador tinha de saber ler o registro produzido pela máquina. Um dispositivo é chamado de analógico quando mede quantidades contínuas. Um relógio de ponteiros, por exemplo, é analógico porque o ponteiro não pula de uma marca para outra. Já os relógios com mostradores numéricos são digitais, isto é, saltam de um número a outro, sem considerar os intervalos entre eles.

Um dispositivo mecânico de cálculo q utilizava o princípio digital foi criado pelo francês Blaise Pascal (1623-62). Pa s baseou-se nas mesmas idéias que organizam o ábaco, onde as quantidades são contadas de forma descontínua, isto é, uma a uma. Sua máquina fazia adições.

Há notícias de dispositivos de cálculo mais antigos, que remontam ao século XVI. Contudo, uma máquina muito sofisticada, que influenciou de maneira mais forte a tecnologia moderna, foi inventada pelo inglês Charles Babbage (1791 – 1871). Babbage não chegou a concluir sua máquina, que se baseava no princípio digital, e se inspirava nos cartões perfurados presentes nas máquinas usadas pela indústria têxtil.

Na produção de um tecido, os cartões perfurados selecionavam as agulhas de um conjunto que deveriam ser utilizadas a cada momento. Babbage pensou nos cartões como ção de uma equação. Os cartões seriam então utilizados para programar uma máquina.

Apesar da genialidade da proposta de Babbage, os dispositivos analógicos eram mais práticos e suas idéias não provocaram o impacto que ele esperava. Foi Augusta Byron, filha de Lord Byron, poeta, que se interessou e divulgou o trabalho de Babbage e acabou sendo considerada a primeira programadora da história. Ela influenciou a construção das primeiras máquinas digitais do século XX.

Em 1890, Herman Hollerith (1860 – 1929) utilizou uma máquina que construíra, baseada em cartões perfurados, para tabular os dados obtidos no censo dos Estados Unidos. Mais tarde, ele viria a fundar a Tabulating Machine Company, que deu origem à IBM.

Máquinas digitais com relés (chave mecânica que controla a passagem de corrente elétrica) começaram a ser criadas por volta de 1940 na universidade de Havard e no laboratório da IBM. Também na Alemanha a pesquisa avançava e em 1941, foi construído um computador eletromecânico. Contudo, essas máquinas perdiam em velocidade para um dispositivo analógico que se baseava na máquina de Kelvin, desenvolvido por Vannevar Bush. A diferença em tempos para cálculos de tabela era de 15 minutos para a máquina de Bush, duas horas para dispositivos digitais e 12 horas para o mesmo trabalho realizado por um ser humano utilizando apenas lápis e papel.

Ainda naquela década de 40, a substituição de relés por válvulas, levada adiante pelo americano John Vincent Atanasoff e por alguns de seus seguidores definiu o futuro dos computadores a favor do princípio digital. O primeiro computador surgido dessas pesquisas diminuiu em mil vezes o tempo necessário para o cálculo da tabela usada como prova. Ele efetuou todas as operações necessárias em um tempo próximo a 7 segundos.

Dúvidas e incertezas

A utilização das calculadoras em sala de aula é, freqüentemente, associada à substituição de cálculos feitos com "lápis e papel" pelo trabalho dessas máquinas. Essa postura suscita uma reflexão sobre as conseqüências da diminuição, ou mesmo da perda, das habilidades necessárias à realização de cálculos "na ponta do lápis". O relato de José Saramago em *Cadernos de Lanzarote*, transcrito a seguir, ilustra bem esse fato:

À entrada do auditório, umas mocinhas da Universidade encarregam-se da venda dos livros de Torrente. Escolho uma meia dúzia deles e fico à espera de que me façam as contas e digam quanto tenho que pagar. Seis livros, seis parcelas de uma soma simples, nenhuma delas com mais de dois dígitos. A primeira tentativa falhou, a segunda não foi melhor. Eu olhava, assombrado, o modo como a rapariga ia somando, dizia sete mais seis, treze, e vai um, escrevia 3 na soma, 1 ao lado, e prosseguia, adicionando por escrito os que iam aos que estavam, como, nos velhos tempos, um estudante da primeira classe antes de apren-

der a usar a memória. Uma colega explicou-me com um sorriso envergonhado: "É que falta a máquina."

Diante daquela florida e ignorante juventude, senti-me, de súbito, infinitamente sábio em aritméticas: pedi o papel e o lápis e, com um ar de triunfo condescendente, rematei a soma num instante, mentalmente. As pobres pequenas ficaram esmagadas, confusas, como se, tendo-lhes faltado os fósforos no meio da selva, lhes tivesse aparecido um selvagem com dois pauzinhos secos e a arte de fazer lume sem calculadora.

O conto "Os Nove Amanhãs", de Isaac Azimov, remete a um tempo futuro, em que blocos de países em guerra se encontram em equilíbrio de forças devido à igualdade nos avanços tecnológicos das partes contendoras. Mas eis que surge um sujeito genial, que detém um conhecimento capaz de mudar o rumo dos acontecimentos. Sigilosamente, ele é levado ao comandante militar de seu país para apresentar o que deveria ser tratado como segredo de Estado. Protegido de todo tipo de espionagem, ele revela ao general sua habilidade magistral: adquirira a capacidade de fazer contas sem o auxílio das máquinas. O general, entre estupefato e desconfiado, pede provas. O sujeito, então, propõe uma adição (do tipo 32 + 86) e passa a descrever como se deve proceder para resolvê-la com caneta e papel.

"Começo a resolver essa soma pela coluna da direita. Se somo 2 com 6, o resultado será 8."

"Como você sabe que dá 8?", pergunta o general.

"Todas as vezes que faço a conta na máquina, o resultado se repete." O general testa a conta na máquina e verifica ser verdadeira a afirmação do rapaz. Este prossegue com a demonstração, o que resulta na sua contratação para trabalhar para o governo, em um projeto *top secret*.

Será que, a julgar pela narração de Saramago, estamos nos aproximando do amanhã previsto por Azimov? Será que as calculadoras substituirão o uso de lápis e papel como os fósforos substituíram paus e pedras? Podemos comparar a expansão dessas máquinas a acontecimentos similares como, por exemplo, a disseminação do uso do GPS[1] na navegação marítima?

Sabemos que uma parte significativa da humanidade já passou por um período em que se fazia fogo com gravetos devidamente escolhidos e preparados para tal fim. Alguns povos indígenas devem ainda se utilizar de técnicas similares. No entanto, para a grande maioria das pessoas, as habilidades necessárias a essa *arte de produção do lume* são desconhecidas. E, aparentemente, esse desconhecimento não nos causa problemas.

Quanto à navegação, o desafio de se localizar em mar aberto sempre impulsionou o desenvolvimento de inúmeros instrumentos. Nesse campo, uma conquista importante foi a do cálculo da latitude tomando como referência a posição do Sol. É fato conhecido há mais de cinco mil anos, e por diversos povos, que o Sol se movimenta no céu entre dois extremos, um ao norte e outro ao sul, e que um ciclo completo desse movimento dura 365 dias e algumas horas. Dentro de uma embarcação em alto mar, conhecendo o dia do ano e considerando a trajetória do Sol naquele dia, é possível saber a latitude a partir da medida do ângulo formado pela linha que une o observador ao Sol e a uma linha de prumo (vertical) naquele mesmo ponto. Os europeus aprimoraram sobremaneira as técnicas de navegação e os instrumentos que permitiam fazer essas medições, o que resultou, entre outras coisas, na descoberta das Américas. O cálculo da longitude, entretanto, foi bem posterior, e tornou-se possível a partir da construção do relógio de corda e do estabelecimento dos fusos horários no planeta. Hoje em dia, o GPS, um aparelho relativamente barato, fornece a latitude e a longitude de qualquer ponto da Terra, bastando para isso acionar um simples botão e, evidentemente, interpretar os símbolos fornecidos no visor do aparelho. Aqui, a questão que se apresenta é avaliar se um navegador tem de, necessariamente, aprender a fazer cálculos de posição utilizando os métodos antigos. Afinal de contas, é preciso contar com a possibilidade de um acidente que cause danos irreversíveis ao GPS. Contudo, cabe argumentar que esse acidente provavelmente causaria tais avarias à embarcação que nem os instrumentos antigos seriam poupados. Além disso, mesmo que um navegador aprenda a utilizar aqueles instrumentos, provavelmente vai esquecer as técnicas com o tempo, uma vez que o mais provável é que jamais irá utilizá-las em outro contexto que não o de sua formação.

É claro que a perda de uma calculadora, hoje, tem conseqüências bem menos drásticas que a perda de um GPS, já que a necessidade de se aprender os algoritmos das quatro operações é, “ainda”, consenso entre educadores, e sua utilização no cotidiano ainda é expressiva. Ainda assim, Lopes supõe que “dentro de 10 ou 15 anos, a ação humana de calcular estará em franca extinção. As calculadoras de hoje serão peças de museu.” (1997, p.79). Como exemplo podemos pensar no algoritmo de extração de raiz quadrada. As pessoas que fizeram o Ensino Fundamental antes da década de 90, provavelmente, depararam com essa técnica e, talvez, ainda a retenham na memória. Porém esse procedimento pode ser considerado inócuo para a vida dessas pessoas, até mesmo para a vida escolar.

O debate atual entre educadores não trata, é claro, da “extinção do estudo dos algoritmos”, mas, sim, da inserção das calculadoras nas salas de aula, especialmente, nas aulas de Matemática. Abelló (1992) assume uma posição francamente favorável à utilização das máquinas nas aulas de Matemática, até para crianças antes dos seis anos de idade, e lista os seguinte argumentos contrários à sua posição:

- Se as crianças aprenderem a calcular com as máquinas, não saberão fazê-lo sem elas, passando a depender de aparatos que podem se danificar.
- O uso de calculadoras faz com que os alunos se acostumem a calcular mecanicamente, sem pensar no que fazem.
- Não há evidências de que os alunos saibam mais matemáticas a partir da utilização das calculadoras.
- Sem haver uma uniformidade de máquinas, ou seja, sem que a escola disponha de um conjunto de máquinas para todos os alunos, o professor se vê obrigado a trabalhar com aquelas que a turma conseguir levar para a sala de aula, o que impõe

a obrigação de trabalhar com instrumentos que apresentam diferenças no funcionamento.
- O uso de calculadoras seria adequado para alunos com adiantado conhecimento matemático, devendo ser vetado aos menores.

O mesmo autor, apoiado em experiências, apresenta e defende os seguintes argumentos em prol do uso de calculadoras nas aulas de Matemática:

- O uso das calculadoras incentiva a motivação dos alunos e, mais que isso, desperta o prazer pela investigação matemática. Para os alunos desmotivados devido a seus fracassos com cálculos, a calculadora abriria novas oportunidades de trabalhar, deixando de lado essas dificuldades operatórias. Os alunos com facilidade de desenvolver cálculos obteriam das máquinas um ritmo mais acelerado nas suas investigações.
- Para se usar bem as calculadoras, é preciso entender a aritmética. Em cada situação-problema a ser resolvida, antes de efetuar os cálculos, é preciso decidir quais são adequados à situação examinada e, depois de escolhido o meio de realização desses cálculos, é preciso saber interpretar os resultados.
- A calculadora permite examinar uma série de problemas, com dados obtidos da realidade. Com certeza praticamente todos os estudantes de hoje utilizarão as calculadoras em suas práticas sociais. E cabe à escola ensiná-los a fazer uso inteligente das máquinas.

Procurando alianças inteligentes com as máquinas na sala de aula

Apesar de haver polêmica em torno do uso ou não das calculadoras na sala de aula, é crescente o debate sobre o tema. Os Parâmetros Curriculares Nacionais indicam um posicionamento favorável de seus elaboradores ao uso da calculadoras e apontam algumas possibilidades:

> *Estudos e experiências evidenciam que a calculadora é um instrumento que pode contribuir para a melhoria do ensino da Matemática. A justificativa para essa visão é o fato de que ela pode ser usada como um instrumento motivador na realização de tarefas exploratórias e de investigação.*
>
> *(...) A calculadora é também um recurso para a verificação de resultados, correção de erros, podendo ser um valioso instrumento de auto-avaliação.*[2]

Casos como aquele contado por Saramago sugerem que as evidências podem não ser "tão evidentes" como afirma o documento do MEC[3]. Os efeitos da utilização de calculadoras no ensino de Matemática vão depender das propostas que são construídas. Assim, torna-se necessário um estudo mais aprofundado do tema e uma contínua avaliação das propostas de incorporação desta e de outras tecnologias na escola.

As resistências à introdução das maquininhas nas salas de aula não são, de todo, injustificadas. Há que se construir um conhecimento mais apurado acerca de suas potencialidades e riscos. E é preciso registrar, avaliar, debater e divulgar experiências para construir tal conhecimento. O próprio Abelló alerta para alguns perigos:

> *A substituição do cálculo escrito pelo uso da calculadora é prejudicial se não houver um trabalho de cálculo mental, uma vez que a utilização irrefletida do cálculo mecâni-*

> *co é mais perigosa ainda que do cálculo escrito.*
>
> *Em matemática, é importante a experimentação, porém também deve-se desenvolver a capacidade dedutiva, e para isso a calculadora deve ser desligada.* (1992, p. 69)

As tentativas de incorporação do uso das calculadoras nas aulas de Matemática têm sido direcionadas para dois sentidos. De um lado, alguns professores permitem que seus alunos utilizem a calculadora para efetuar cálculos em algumas aulas de resolução de problemas quando estes são longos e complexos. Nessa situação, em geral, a preocupação dos educadores é "liberar" os alunos dos cálculos para que se concentrem na construção de procedimentos para resolução de problemas. De outro lado, há propostas de se usar a calculadora como instrumento de investigação de entidades matemáticas, especialmente os números e as operações, explorando as possibilidades e limitações do funcionamento dessas máquinas.

Quanto à primeira possibilidade, é preciso alertar que o tempo que se ganha abreviando os cálculos não deveria ser, necessariamente, usado para resolver mais e mais problemas. O que se busca não é vencer uma lista de problemas, mas sim discutir estratégias de resolução. Nesse sentido as calculadoras são muito úteis, especialmente quando esses problemas são "problemas legítimos".

Há situações no cotidiano em que o uso das calculadoras é praticamente imprescindível. Para citar um exemplo prático, consideremos a situação dos consumidores no Brasil. Depois da relativa estabilização da moeda, algumas indústrias passaram a manobrar os valores de seus produtos alterando os conteúdos e mantendo intactas as formas das embalagens. Aconteceu com os biscoitos (de 200 gramas, passaram a 180, 160 e até 140), tabletes de chocolate, derivados do leite, desinfetantes etc. Atualmente, o consumidor encontra, para um mesmo produto, várias quantidades e preços. Infelizmente, a maioria das pessoas está atenta apenas ao preço, sem conferir a quantidade que vem escrita na embalagem e, obviamente, é com essa desatenção que as indústrias contam. Entretanto, mesmo para um consumidor mais atento, a computação simultânea de conteúdo e preço é complicada, considerando-se o pouco tempo de que todos dispomos para fazer as compras de supermercado. Nesses momentos, as calculadoras são de grande utilidade, pois permitem verificar rapidamente quanto se está cobrando pela unidade de medida de cada produto. Tendo uma máquina em mãos, o consumidor pode determinar rapidamente, por exemplo, o valor de um grama do produto que pretende adquirir.

Mas cabe aqui uma observação que nos remete de volta à prática escolar. De nada adianta uma máquina nas mãos de uma pessoa que não sabe que cálculos deve efetuar. É um caso típico em que o uso da calculadora requer conhecimentos matemáticos prévios e, às vezes, sofisticados. São conhecimentos que, muitas vezes, fazem parte do trabalho escolar e que, em certo sentido, são mais definidores da capacidade de "utilização" da matemática que aqueles relativos à forma de executar os cálculos.

No que concerne à exploração do instrumento, é comum, entre os autores, chamar a atenção para os limites inerentes ao sistema de cálculo digital. Geralmente, destacam que o número de dígitos limita as quantidades com as quais é possível trabalhar. Martinez (1992, p.100), por exemplo, alerta:

> *Em uma calculadora de 8 dígitos, o maior número que se pode escrever é 99 999 999, e não se pode escrever – com a notação usual – uma centena de milhão; igualmente, o número menor é 0,0000001 (um décimo milionésimo), e não se pode escrever – também com a notação usual – números inferiores.*

Outro ponto sempre considerado é o fato de que as calculadoras, em muitos casos, não conseguem recuperar uma quantidade quando são feitas uma operação e sua inversa. Moura (1999), por exemplo, propõe investigar igualdades escritas na forma geral:

$$a.\left\langle\frac{1}{a}\right\rangle = a.\ (1 \div a) = 1$$

(para qualquer número *a* diferente de zero).Utilizando uma calculadora simples, Moura constata que, para alguns números como 2, 16 e 50, a máquina retorna ao 1 na operação inversa. Entretanto, para outros valores como 6, 7 e 47, por exemplo, a calculadora apresenta resultados próximos de 1, mas sempre com algum erro. Esse autor insiste que os erros, mesmo sendo muito pequenos, podem tornar-se significativos em alguns contextos. Alerta ainda para a descontinuidade inerente ao sistema digital, que usa quantidades discretas (de um em um). Considerando uma máquina de 4 dígitos, para usar um exemplo simples, Moura constata que "a reta da máquina só representa números entre –9,999 e 9,999. Mas não são todos os números que estão entre eles. Para essa máquina, não existe nada entre 11,11 e 11,12. Os valores 11,111 e 11,119 são a mesma coisa para ela, ou seja, no caso da reta de máquina, você encontra dois números, e nenhum outro entre eles" (Moura, p. 18). Sabemos que entre dois números racionais sempre há um outro, e, por isso, por mais dígitos que a calculadora seja capaz de mostrar, sempre haverá números que não podem ser registrados.

Há propostas de se verificar diferenças de funcionamento entre as máquinas. A expressão (a + b ξ c), por exemplo, apresenta resultados que podem ser diferentes conforme a máquina. Se digitados na ordem aqui indicada, 3 + 2 ξ 5 =, algumas máquinas vão realizar a adição em primeiro lugar porque consideram que a digitação de uma segunda operação significa a ordem para se apresentar o resultado da primeira operação digitada. Assim, farão (3 + 2) logo que for digitada a tecla ξ e apresentarão 25 como resultado da expressão. Outras máquinas não fazem a primeira operação imediatamente e levam em conta a natureza da segunda operação digitada. Estas vão resolver a multiplicação em primeiro lugar e apresentarão o resultado 13. Em outras, ainda, é possível inserir parênteses para indicar a operação que deve ser feita primeiro.[4] Saber com que tipo de máquina se está operando é importante para que o professor possa propor questões de investigação matemática.

Há, ainda, propostas de se ensinar o uso de recursos disponibilizados pela máquina, como a memória (teclas M, M+ e M-), operações com constantes (repetição da tecla = [5]), porcentagem, extração de raiz quadrada etc.

Vantagens do cálculo mental

A execução dos algoritmos com lápis e papel pode ser feita de forma tão mecânica quanto a utilização de instrumentos de cálculo.[6] Depois que automatizamos a organização dos números e os passos necessários para a realização de uma operação, tendemos a não pensar mais nesse processo. O que pode estar sendo incrementado cada vez mais é a capacidade de operar mentalmente. Nosso pensamento tem uma elasticidade muito maior do que as técnicas consagradas de cálculo. Sem dúvida, a realização da adição na forma convencional tem história: foi o processo mais sintético elaborado ao longo de séculos e, por isso mesmo, conquistou a importância que lhe é atribuída. Mas é conveniente ter em mente que não se trata do único algoritmo possível. Uma mesma operação de adição pode ser feita de várias formas. Quanto mais um indivíduo "inventa" formas de somar, mais aprende sobre a natureza dos números. Uma operação como 342 + 64, por exemplo, pode ser pensada a partir da decomposição aditiva dos dois números:

$$342 \left| \begin{array}{l} 300 \\ 40 \\ 2 \end{array} \right. \qquad 64 \left| \begin{array}{l} 60 \\ 4 \end{array} \right.$$

A partir de tais decomposições, que não são as únicas, pode-se pensar em compor a soma das quantidades começando de qualquer uma: 300 + 60 + 40 + 4 + 2. Essa e outras manipulações podem ser realizadas mentalmente. A preparação dos indivíduos para criar mentalmente estratégias de cálculo e escolher a mais adequada para uma determinada situação pode ser encarada como um objetivo primordial do ensino de Matemática.

Associado a esse objetivo estaria presente um outro, voltado para a capacidade de antecipar resultados de maneira aproximada. Imaginemos, a título de exemplo, que alguém queira avaliar a conveniência de um empréstimo e seja necessário determinar os juros de cheque especial sobre a utilização de R$ 4215,00 durante cinco dias, sendo de 9,5% a taxa mensal do banco procurado. É razoável aproximar a taxa de 10% para a estimativa. Em um mês, tal empréstimo resultaria em R$ 421,50 de juros. Para cinco dias de empréstimo, esse valor seria dividido por 6, o que daria, aproximadamente R$ 70,00 (420 ÷ 6). Esse resultado, que pode ser encontrado facilmente, aproxima-se bem do cálculo completo, que resulta em R$ 66,7375 (de acordo com uma calculadora).

É razoável supor que, nesse caso, o cálculo mental seria suficiente para uma tomada de posição frente à possibilidade do empréstimo. O exemplo ilustra como o cálculo mental pode estar presente em situações reais. Sem muita dificuldade, poderíamos enumerar outras centenas delas, sempre destacando a utilização de raciocínios que possibilitam calcular, avaliar ou antecipar resultados. E essa capacidade de pensar não depende dos instrumentos de cálculo que adquirimos: se usamos calculadoras, ábacos ou lápis e papel. Nessa linha de argumentação, vamos concluir que a habilidade para organizar mentalmente os caminhos de resolução de problemas reais ou escolares é muito mais preciosa para a aprendizagem das matemáticas do que a aquisição das habilidades próprias da execução dos algoritmos. Talvez não seja razoável abolir o ensino dos algoritmos convencionais, desde que se tenha em mente que os alunos devem ser sempre incentivados a produzir suas próprias estratégias de cálculo. Além disso, o uso das calculadoras em alguns contextos vai propiciar as condições necessárias à exploração de determinados conhecimentos em condições muito menos penosas do que aquelas em que os indivíduos estariam submetidos se tivessem de realizar todos os cálculos necessários com lápis e papel. É o que pretendemos exemplificar, em seguida, com a análise de um jogo que experimentamos com crianças entre 10 e 11 anos de idade.

O jogo das operações

Particularmente, algumas experiências desenvolvidas com o Jogo das Operações serviram para convencer-nos de que podemos obter vantagens significativas com o uso das calculadoras; que elas podem abrir campos antes inacessíveis sem a predisposição dos alunos para enfrentar árduo trabalho de operar com os algoritmos tradicionais.

A história do jogo começou há muito anos, em um curso para professores na cidade de Ipatinga, Minas Gerais. Durante uma manhã, foi desenvolvida uma oficina de construção de jogos matemáticos. Um dos grupos apresentou a demanda de construir um material que facilitasse e desse significado às expressões numéricas que, segundo as professoras, era trabalhada de forma muito pouco interessante. A partir de um debate em que trocamos algumas idéias, o grupo criou um jogo de cartas com números e operações, o qual mostrou-se inviável devido ao trabalho necessário para que fosse executado.

Passados alguns anos, uma professora da quarta série[7] de uma escola de Belo Horizonte, que apresentava a mesma demanda de tornar o trabalho com expressões numéricas mais significativo, retomou a o trabalho iniciado em Ipatinga. Agora já contávamos com a opção de jogar com calculadoras disponíveis para todos os alunos. Vale registrar o fato de que alguns pais se recusaram a deixar seus filhos levarem as máquinas para a escola. Alguns pensaram que os filhos estavam faltando com a verdade. Não acreditaram que a escola permitiria o uso de uma máquina tão “desqualificadora” das capacidades matemáticas dos estudantes. Outros pensaram que estávamos equivocados, correndo o risco de os alunos desaprenderem a tabuada e os algoritmos tradicionais. Foi preciso telefonar para esses pais e tranqüilizá-los, mostrando o caráter restrito da experiência e nossa segurança para levá-la adiante. A seguir, mostramos a montagem e as regras do jogo.

Material necessário

- 20 cartas com números (cartas amarelas);
- 8 cartas com operações (cartas verdes);
- 1 calculadora, papel e lápis.

Como jogar

- Preparação do jogo
  - As cores aqui indicadas servem apenas para diferenciar as cartas com números das cartas com operações, que deverão formar montes diferentes durante o jogo. Cada carta amarela deve conter um número, de forma que os

números de 0 a 9 se repitam duas vezes.

- As quatro operações (adição, subtração, multiplicação e divisão) serão escritas, uma em cada carta verde. Assim, cada operação será escrita em duas cartas.
- Os dois montes deverão ser embaralhados separadamente e colocados sobre a mesa, escondendo o conteúdo das cartas.

- Para começar, cada jogador retira três cartas do monte amarelo e duas cartas do monte verde. Assim, obterá três números e duas operações.
- Alternando número e operação como quiser, o jogador irá formar uma expressão numérica. Se necessário, utilizará a calculadora para encontrar o resultado dessa expressão. A primeira rodada termina quando todos os jogadores encontram e anotam os resultados de suas expressões numéricas.
- O objetivo do jogo é fazer o maior número de pontos possível em cada rodada. As operações devem ser realizadas na ordem convencional (multiplicação e divisão antes de adição e subtração), mas o jogador poderá imaginar o uso de parênteses e inverter a ordem convencional. Entretanto, quando o fizer, terá que avisar aos outros participantes como está usando os parênteses.

Um exemplo: o jogador obteve as cartas do desenho abaixo e as colocou na ordem indicada:

4	+	3	ξ	7

Se as operações forem efetuadas na ordem convencional, a expressão será a seguinte: 4 + 3 ξ 7 = 4 + 21 = 17. Entretanto, se a adição for efetuada antes da multiplicação, o resultado da expressão será: (4 + 3) ξ 7 = 7 ξ 7 = 49. Nesse caso, portanto, é vantajoso inverter a ordem das operações.

- Terminada a primeira rodada, as cartas são devolvidas para os respectivos montes, novamente embaralhadas e colocadas sobre a mesa para a segunda rodada. Depois de cinco rodadas, os jogadores somam os pontos obtidos. O vencedor será aquele que obtiver o maior resultado final.

O jogo pode ganhar outras versões. É possível, por exemplo, trabalhar com números relativos, uma versão que apresentaremos mais adiante.

Notas sobre a experiência com os alunos

Evidentemente, o uso de calculadoras em um jogo não fez com que ninguém desaprendesse os algoritmos nem perdesse da memória as operações aritméticas básicas. Contudo, os ganhos com o uso da calculadora foram bastante significativos. O jogo permitiu um nível de discussão com os alunos que ultrapassou nossas expectativas mais otimistas.

A existência dos números negativos e a possibilidade de operar com eles constituiu um dos temas de debate propiciados pelo jogo. Para os alunos, o sinal negativo que, vez por outra, aparecia no visor tinha um significado bastante preciso: eles sabiam que uma quantidade de pontos negativos implicava o correspondente rebaixamento de seu escore.

A inversão da ordem convencional das operações foi facilmente assimilada. Eles aprenderam rapidamente que a realização de uma adição antes de uma multiplicação aumenta o resultado final da expressão numérica. Dessa forma, atribuíram significado à utilização de elementos gráficos como os parênteses.

As operações com números racionais, facilmente resolvidas com as máquinas, exigiram algumas explicações. Um dos grupos, em um determinado momento de jogo (eles jogaram várias partidas), apresentou uma seqüência na qual haviam obtido duas cartas com divisão e acreditavam que a única maneira de atuar com elas era realizando as operações na ordem em que surgiam. Algo como 3 ÷ 7 ÷ 8 = 0,05357... A professora sugeriu que utilizassem a inversão das operações assim: 8 ÷ (3 ÷ 7) =. O resultado foi absolutamente surpreendente para eles: 18,666...![8] Vale registrar que, ao apresentar para a outra dupla a solução, os colegas duvidaram e, juntos, todos os participantes do jogo tiveram de refazer as operações algumas vezes para se convencer do resultado, inclusive usando calculadoras diferentes.

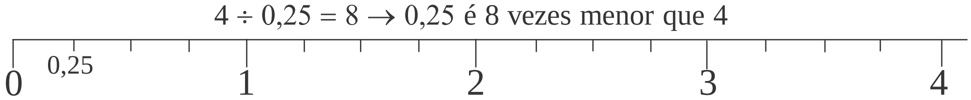
Outras situações desafiadoras foram apresentadas na etapa do trabalho em que sistematizávamos as aprendizagens proporcionadas pelo jogo. Propusemos, por exemplo, que todos verificassem o que ocorria nas máquinas quando uma seqüência continha duas divisões, duas vezes o número zero e qualquer outro número. Como todas apontaram erro na seqüência, foi preciso explicar por que a divisão por zero não era possível.[9]

Ainda apresentamos outros desafios, tais como descobrir que operações, repetidas duas vezes na seqüência, conduziam a um resultado único, independentemente da ordem em que eram organizadas as cartas. Assim a comutatividade para a adição e a multiplicação ficou evidenciada. Além disso, desenvolvemos uma discussão sobre os negativos e sobre os racionais.

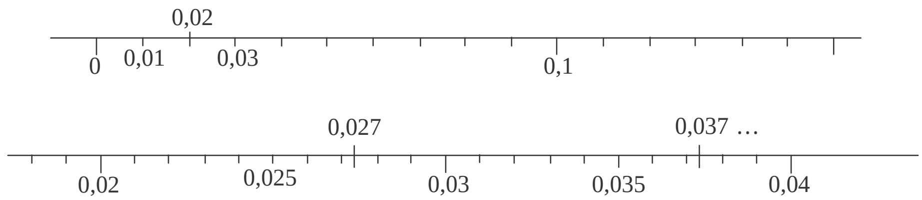
Para discutir os negativos, enfatizamos o fato de que, quanto maior o resultado que aparecia na calculadora precedido pelo sinal negativo, maior o prejuízo no escore. Isso era fácil de verificar. Os alunos foram desafiados a descobrir o menor resultado negativo que se podia obter dentro das regras e com as cartas que utilizaram para jogar.

A explicação mais empolgante dizia respeito ao resultado da divisão de um inteiro por um decimal menor que a unidade. A turma não conseguia compreender o fenômeno. Então, desenhamos uma reta no quadro, definimos a unidade para nossa reta e mostramos um significado para a divisão que eles estavam desconsiderando: o resultado mostrava quantas vezes o divisor cabia no dividendo. No ano seguinte, pudemos verificar que essa compreensão se encontrava ainda intacta em suas memórias. Perguntamos pela explicação daquela divisão e eles não tiveram dificuldade de lembrar o porquê do resultado.

4 ÷ 0,25 = 8 → 0,25 é 8 vezes menor que 4



Ainda discutindo os decimais, desafiamos os alunos a encontrarem a seqüência que conduziria ao menor valor possível maior que zero. O processo de chegar até a resposta, que parecia óbvio a nós, adultos, não saiu imediatamente. Eles foram resolvendo o desafio por tentativa e erro a princípio, sem parar e pensar exatamente que números e operações deveriam usar. Esse processo facilitou uma visualização dos decimais, uma vez que cada valor que encontravam era colocado na reta numérica que desenhamos no quadro. E aconteceu que, à medida que os números encontrados iam ficando menores, éramos obrigados a refazer a reta, modificando a escala e permitindo uma explicação sobre a localização de cada novo decimal que era encontrado. Assim íamos avaliando se um resultado era maior ou menor que o encontrado anteriormente. Números como 0,027... (da seqüência 2 ÷ 8 ÷ 9) eram então comparados com outros como 0,037... (da seqüência 3 ÷ 9 ÷ 9) a partir da visualização de ambos na reta desenhada em uma escala apropriada:



Essa experiência mostrou como a utilização da calculadora descortinou um conhecimento de acesso difícil para pré-adolescentes com 10 a 11 anos de idade. As máquinas serviram como instrumento de pesquisa, e o objeto investigado era a própria natureza dos números. O prazer proporcionado pela exploração das possibilidades de operar manteve os alunos atentos às tarefas e às explicações. Alguns resolveram até mesmo experimentar o jogo em suas casas, compartilhando com seus familiares as emoções que ele proporciona. Foi um exemplo feliz de uma forma de utilizar as calculadoras para facilitar o acesso a um conhecimento relacional.

Concluindo, mesmo que provisoriamente

Aqui tentamos mostrar como a utilização das calculadoras na escola pode ser altamente benéfica, desde que bem planejada e com um razoável conhecimento acerca de suas possibilidades e limitações.

No planejamento das atividades com as máquinas, é razoável considerar que sua função não é eliminar a necessidade de realizar as operações com lápis e papel, mas de permitir uma maior liberdade de movimentação em determinados contextos em que a execução de cálculos com uso dos algoritmos convencionais toma um tempo demasiado longo e exige um esforço desanimador.

Um veto definitivo à utilização das calculadoras na escola pode conduzir a dois enganos básicos:

- Em primeiro lugar, pode levar os professores a acreditar que a aquisição de habilidades para a realização das operações conduz necessariamente a um desenvolvimento do raciocínio matemático. Com isso, desconsidera-se que a utilização dos algoritmos convencionais pode se dar de forma tão mecânica quanto a utilização dos instrumentos de cálculo.

Em segundo lugar, ao recusar a utilização das máquinas, a escola estará deixando de proporcionar aos alunos uma maior amplitude em seus campos de exploração. Seria como negar o acesso a lunetas sob o argumento de que os indivíduos devem estar aptos a observar os céus como faziam os sumérios, egípcios, maias e outros na antigüidade.

Uma atenção privilegiada ao cálculo mental na escola incentiva os alunos a desenvolverem suas próprias maneiras de enfrentar os desafios que lhes são propostos. Essas produções permitem ao professor criar estratégias de ensino que considerem como pensam os alunos e promover diálogos dessas expressões com o conhecimento formal, historicamente estruturado.

Referências bibliográficas

ABELLÓ, Frederic Udina i. *Aritmetica y Calculadoras*. Madri: Editorial Síntesis, 1992.

LOPES, Antônio José. Explorando o uso das calculadoras no ensino de matemática para jovens e adultos. In: *Alfabetização e Cidadania*, caderno nº 6. Prefeitura de São Paulo: Secretaria Municipal de Educação, 1997.

MARTINEZ, Encarnacion C., MARTINEZ, Enrique C., ROMERO, Luiz R. e ALEX, Isidoro S. *Estimación em Cálculo y Medida.* Madrid: Editorial Síntesis, 1992.

MOURA, Carlos Antônio de. Computador também erra. *Ciência Hoje na Escola*, n. 8, Rio de Janeiro,1999.

SARAMAGO, José. *Cadernos de Lanzarote*. São Paulo: Companhia das Letras, 1997.

[1]*GPS é sigla de* Global Positioning System*, ou Sistema de Posicionamento Global, aparelho que fornece as coordenadas geográficas rapidamente, pois está em contato com satélites.*

[2]*Parâmetros Curriculares Nacionais – Matemática. Ministério da Educação e do Desporto, Secretaria do Ensino Fundamental.*

[3]*Os parâmetros do Ensino Médio exploram um outro aspecto desse assunto. Afirmam que o acesso a calculadoras, computadores e tecnologias em geral faz parte de um processo de democratização de um saber que, segundo o documento, é essencial para o cidadão do século XXI.*

[4]*Nesse tipo de calculadora é necessário usar parênteses mesmo quando desejamos que a multiplicação na expressão 3 + 2 x 5 seja feita em primeiro lugar. Assim a ordem de teclas digitadas seria 3 + (2 x 5).*

[5]*Nas calculadoras simples a tecla = funciona como operador constante. Quando se digitam as teclas 2 + 3 = = = = o que a máquina faz é adicionar 3 repetidas vezes. Se for uma multiplicação: 2 x 3 = = = o resultado é dobrado a cada vez que se digita a tecla =. Se desejarmos triplicar os resultados (e assim obter uma seqüência de múltiplos de três), devemos digitar 3 x 2 = = = ...*

[6]*Tão mecânica a ponto de alguns alunos não notarem algumas regularidades, como a multiplicação por potências de 10, ou por 0,5 ou por 1,5 , etc.*

[7]*Trata-se da professora Ainara Pinheiro Costa, da Cooperativa de Ensino de Belo Horizonte.*

[8]*Um detalhe: aqui a limitação do número de dígitos das calculadoras esconde a dízima periódica: 3 ÷ 7 = 0,428571428571428571428571428571429...*

[9]*Todo número multiplicado por zero resulta zero. Em contrapartida, não é possível dividir um número por zero porque não existe um resultado que multiplicado por zero retomaria o dividendo. Sabemos que 8 ÷ 4 é 2 porque 2 ξ 4 = 8; contudo, para 8 ÷ 0 não existe um número* ***a*** *tal que a ξ 0 = 8.*