

# O USO DE TECNOLOGIAS NA DISCIPLINA DE CÁLCULO DIFERENCIAL E INTEGRAL I

**Josué I. G da Silva**

Análise de Sistemas  
CEATEC  
josueigs@puc Campinas.edu.br

**Denise Helena Lombardo Ferreira**

Modelagem Matemática  
CEATEC  
lombardo@puc-campinas.edu.br

**Resumo:** *Em geral, alunos de graduação apresentam muitas dificuldades para assimilar determinados conteúdos matemáticos. Diante das frequentes inovações tecnológicas e da realidade em que atualmente os estudantes estão inseridos, o uso de tecnologias, sobretudo o computador, no processo de ensino e aprendizagem faz-se cada vez mais necessário, em qualquer nível de ensino, buscando auxiliar tanto o aluno na aprendizagem de conteúdos quanto o professor nas suas atividades docentes. Nesse trabalho apresentamos o uso da ferramenta Winplot como apoio ao ensino e aprendizagem da disciplina Cálculo Diferencial e Integral I.*

**Palavras-chave:** *Ensino e aprendizagem, Winplot, Cálculo I*

**Área do Conhecimento:** *Ciências Exatas e da Terra – Matemática.*

## 1. INTRODUÇÃO

As disciplinas de matemática são consideradas pelos alunos, mesmo por aqueles que frequentam cursos da área das ciências exatas, como sendo as mais difíceis de suas grades curriculares e, como consequência dessa dificuldade, são elas as que geram maiores índices de reprovação. Encontramos na literatura estudos que buscam entender as razões dessa dificuldade e, ao mesmo tempo, encontrar alternativas que possam contribuir para a aprendizagem dos conteúdos estudados nessas disciplinas [3,4,8].

A utilização da tecnologia, especialmente a do computador, pode ser encarada como uma colaboradora na sala de aula, pois permite tratar de problemas diversos que envolvem diferentes níveis de complexidade algébrica e grande quantidade de dados. Ela é facilitadora, já que, ao possibilitar uma ampla visualização de imagens, contribui tanto para a melhor aprendizagem de conceitos e de algoritmos quanto para aplicações da Matemática. Além disso, a utilização do computador pode colaborar para suprir as exigências do mercado de trabalho, que requer cada vez mais do profissional uma atualização profissional permanente, uma formação generalista, crítica e reflexiva.

Dubinsky e Schwingendorf (apud [6]) reconhecem

que o uso do computador ou de outro recurso, com a finalidade de explorar idéias matemáticas pode provocar a mudança do ambiente da sala de aula centrada no professor para um alunado que é levado a refletir sobre as informações recebidas, já que o computador possibilita a simulação de diversas situações. O computador pode ser considerado como um meio de aprender fazendo, pensando e argumentando, de forma que a interação seja o ponto forte. Isso não é uma tarefa fácil, pois o aluno está acostumado a receber tudo explicado do professor.

Valente [11] salienta que o uso do computador na educação objetiva a integração deste no processo de aprendizagem dos conceitos curriculares em todas as modalidades e níveis de ensino, podendo desempenhar um papel de facilitador entre o aluno e a construção do seu conhecimento. E, na mesma direção, Borba e Villarreal [2] afirmam que nós, seres humanos, não pensamos sozinhos, pois nosso desenvolvimento cognitivo é condicionado pelas mídias ou tecnologias da inteligência (oralidade, escrita e informática).

A tecnologia é essencial no processo da visualização e essa por sua vez ocupa um papel fundamental na compreensão de conteúdos matemáticos. Para Arcavi [1], a visualização pode ser caracterizada como um objeto, uma imagem, e também como um processo, uma atividade. A visualização gráfica mediada pela tecnologia, possibilitada por diversos softwares, é uma dessas alternativas na sala de aula nos dias de hoje, como um desses caminhos na medida em que este recurso pode contribuir para que o aluno tenha uma visão mais ampliada sobre como usar determinada ferramenta e como direcioná-la para aplicações reais. Stewart [9] ao enfatizar a compreensão dos conceitos no ensino de cálculo, lembra que a visualização e as experiências numéricas e gráficas, entre outras ferramentas, alteram fundamentalmente a forma como ensinamos os raciocínios conceituais. A animação proporcionada pelos recursos computacionais constitui um elemento fundamental na visualização de forma que as imagens podem ser dinâmicas e interpretadas pelos alunos em outras formas de produzir o conhecimento.

O uso de computadores pode proporcionar um campo rico para a colocação de problemas instigadores e interessantes, pois permite fazer simulações e variadas adaptações. Nessa linha, Lévy [5] assinala que um ambiente computacional que proporciona aos alunos a produção de hipertexto ou multimídia interativa adapta-se às tendências modernas da aplicabilidade educacional da tecnologia no ensino. Para o autor, o conhecimento é produzido pela simulação e experimentação.

A informática como qualquer outra ferramenta educacional deve estar a serviço do processo de ensino e aprendizagem, buscando propiciar melhorias significativas tanto para os alunos como para os professores. De acordo com Valente [10], Informática na Educação significa a inserção do computador no processo de ensino-aprendizagem dos conteúdos curriculares de todos os níveis e modalidades da educação. Como dizem Nogueira e Andrade [7], não se trata apenas da inserção da informática nos currículos escolares e, sim, da alteração dos pressupostos do processo educativo, de forma a possibilitar a construção e a elaboração de conhecimentos a partir das características específicas das novas tecnologias computacionais.

A utilização dos recursos computacionais, particularmente na educação, ocupa uma posição central, e por isso é importante refletir sobre as mudanças educacionais provocadas por essas tecnologias, propondo novas práticas docentes e buscando proporcionar experiências de aprendizagem significativas para os alunos. É desejável um ensino que demande desafios constantes aos alunos, onde o professor atue apenas como mediador.

Nesse contexto, o objetivo dessa pesquisa é auxiliar o ensino e aprendizagem de conteúdos matemáticos por intermédio da visualização gráfica do software Winplot, podendo favorecer o discente na compreensão dos conteúdos matemáticos bem como o docente em suas atividades pedagógicas.

## 2. WINPLOT COMO APOIO AO ENSINO E APRENDIZAGEM DOS CONTEÚDOS MATEMÁTICOS

Dentre os diversos softwares livres existentes, o Winplot ocupa um lugar de destaque devido a sua facilidade de manipulação. O Winplot começou a ser desenvolvido em 1983, pelo professor Richard Parris da Philips Exeter Academy. Inicialmente foi desenvolvido para o sistema DEC, que era usado na escola e em 1985 Richard o exportou para IBM PC. Estas versões foram escritas na linguagem de programação Pascal, sendo que a versão PC foi escrita usando a ferramenta da Borland (Borland Pascal) e o sis-

tema era o MS-DOS. Logo depois, com o lançamento do Windows 3.1, Richard resolveu desenvolver uma nova versão de seu programa para esse sistema, foi um desafio, uma vez que ele teve que aprender programação orientada a objetos (POO) ao mesmo tempo em que começava a entender como computadores poderiam executar vários programas de maneira simultânea e também pelo controle que já possuía sobre este software. O nome original do sistema era Plot, apenas quando foi implementado para Windows que passou a se chamar Winplot.

Como já mencionado o software Winplot é livre, podendo ser baixado da internet, além de ser um dos mais leves plotadores de gráfico, pesando cerca de 720 kilobytes. Além disso, é um dos poucos que permitem a visualização de gráficos na forma 2D e 3D.

O Winplot pode ser usado em várias disciplinas, tais como Cálculo Diferencial e Integral, Matemática para cursos de Administração, Álgebra linear e Programação Linear, ou mesmo no ensino fundamental ou médio.

O software possui vários recursos, como por exemplo, gerar animações dos gráficos, e também um recurso chamado adivinhar, onde o programa exhibe o gráfico de uma função para que o aluno tente adivinhar de acordo com seus conhecimentos qual função corresponde aquele gráfico.

A seguir ilustramos algumas das possibilidades de usar o software Winplot no ensino e aprendizagem de conteúdos matemáticos.

### 2.1. Esboço de gráficos de uma função

Ao abrir o sistema Winplot, tecele na opção **Janela -> 2 - dim**. Em seguida, tecele em **Equação** e escolha a opção **Explícita**, obtendo a seguinte janela (Figura 1).

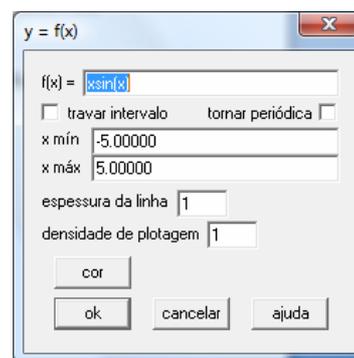


Figura 1. Inserindo funções

Por exemplo, para traçar o gráfico da parábola  $2x^2 + 5x + 2$ , digite em frente de **f(x)**, a expressão  $2x^2 + 5x + 2$ , obtendo a Figura 2.

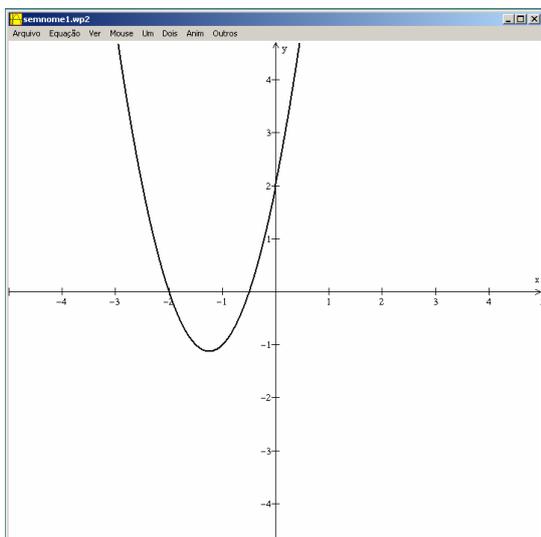


Figura 2. Gráfico da parábola

Alguns componentes podem ser utilizados com a construção de gráficos.

- **Travar intervalo:** Esta caixa de seleção é útil quando é preciso restringir o domínio do gráfico. Basta clicar nesta caixa, e atribuir valores para **x mín** e **x max**.
- **Espessura da linha:** Como o próprio nome diz, nessa caixa de texto você altera a espessura da linha do gráfico.
- **Cor:** Botão que tem a utilidade de alterar a cor do gráfico traçado.

Funcionalidades dos botões da janela (Figura 3).

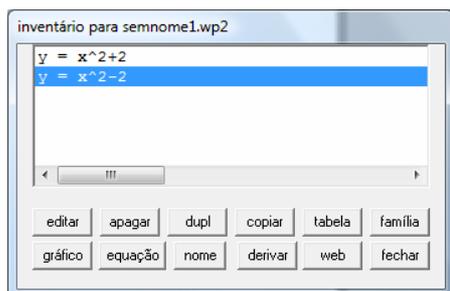


Figura 3. Funcionalidades

- **Editar:** Usada para modificar o valor de uma função já escrita.
- **Apagar:** Apaga a função selecionada.
- **Dupl:** Duplica uma função
- **Copiar:** Copia uma função selecionada.
- **Tabela:** Exibe a tabela dos valores de X e Y.
- **Gráfico:** Exibe ou esconde o gráfico da função selecionada.

- **Equação:** Exibe na janela a equação escrita.
- **Nome:** Permite dar um nome à função
- **Derivar:** Deriva a função selecionada e traça seu gráfico.

A opção **Dupl** permite representar o gráfico de várias funções em uma mesma janela, observando teclar em **não** quando perguntado se deseja apagar a fonte. Essa opção é útil quando desejamos estudar os deslocamentos verticais e horizontais, as reflexões e expansões horizontais e verticais [9].

### Gráfico de funções por partes

A função **Joinx** permite que se resolva problemas que necessitam de várias sentenças. Seu formato é **Joinx(condição 1| resultado 1, condição 2| resultado 2, condição n| resultado n)**. Por exemplo, seja  $f(x)$  definida por (1).

$$\begin{aligned} &x + 1, \text{ se } x \leq -1 \\ &x^2 - 1, \text{ se } -1 < x \leq 2 \\ &-2x + 7, \text{ se } x > 2 \end{aligned} \quad (1)$$

Para resolver esse problema, deve-se clicar em **Equação** -> **Explícita** e digite em  $f(x)$ , **joinx(x+1|-1, x^2-1|2, -2x+7)**, clique em **Ok** (Figura 4).

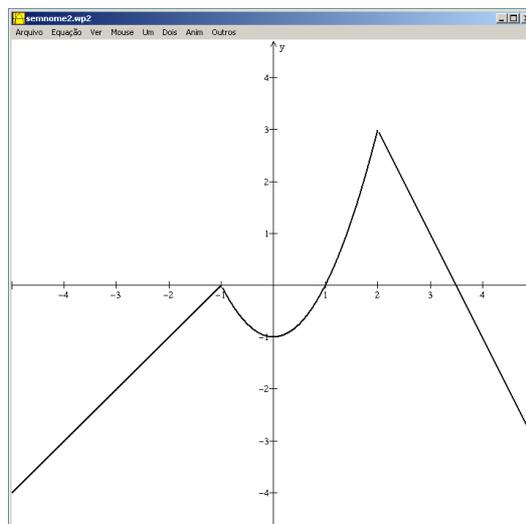


Figura 4. Gráfico de uma função por partes

### 2.2. Limite de uma função

O Winplot não fornece o valor do limite de uma função, porém é possível confrontar um resultado já obtido a partir da interpretação do gráfico no Winplot. Por exemplo, se desejarmos testar o limite da função  $\sin(x)/x$  (no Winplot:  $\sin x/x$ ), podemos construir o gráfico no Winplot (menu **equação/explicita**) e então traçar o gráfico da curva  $y = 1$  (pois o limite dessa função quando  $x$  se aproxima de 0 é 1) (Figura 5).

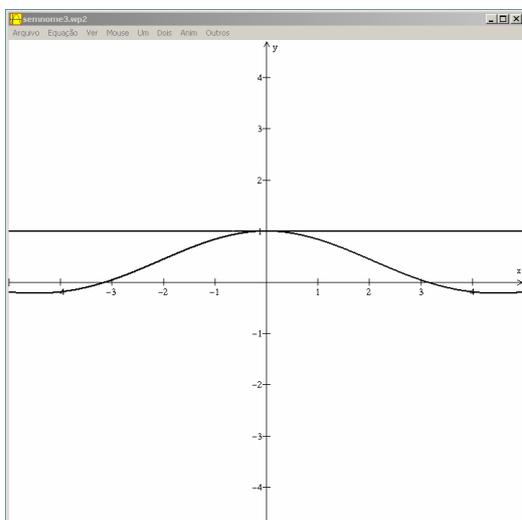


Figura 5. Gráfico da função  $\frac{\sin(x)}{x}$  e da curva  $y = 1$

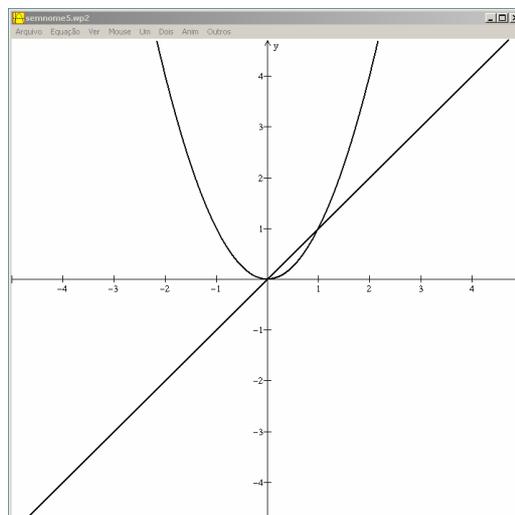


Figura 7. Área de duas funções

### 2.3. Derivadas de funções explícitas

Para derivar uma função no Winplot basta digitar a função, utilizar o menu **Equação/inventário** e clicar no botão **Derivar**. A Figura 6 apresenta o gráfico da função  $x^2+2$  e o gráfico da derivada da função, obtidos usando a opção derivar.

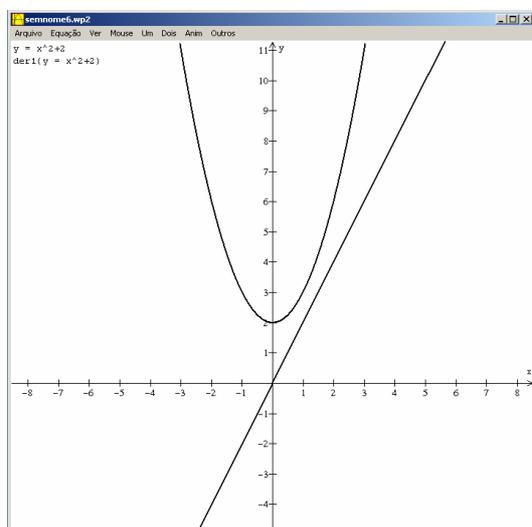


Figura 6. Representação gráfica da função  $x^2 + 2$  e sua derivada

### 2.4. Cálculo de área entre duas funções e cálculo da integral de uma função explícita

Para calcular a área entre duas funções, abra a janela e digite as duas funções. Por exemplo, desejamos obter a área entre as funções  $x$  e  $x^2$ . A Figura 7 apresenta a tela com o gráfico das duas funções.

Em seguida tecele **Dois** -> **Integrar** (Figura 8).

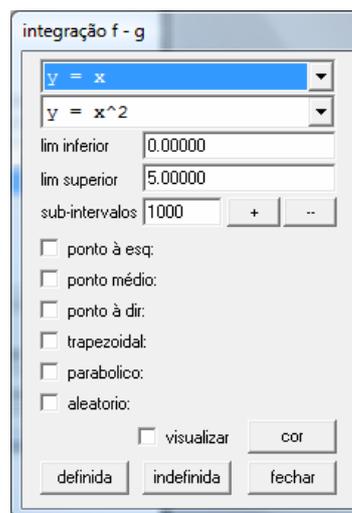


Figura 8. Integrando funções

Note que as duas equações estão nesta janela, seguidas de opções. A opção **lim inferior e superior** são os limites máximos e mínimos para  $x$ . Por enquanto mantenha esses valores, selecione a **check-Box visualizar** e clique no botão **fechar**. A Figura 9 apresenta a visualização após as modificações.

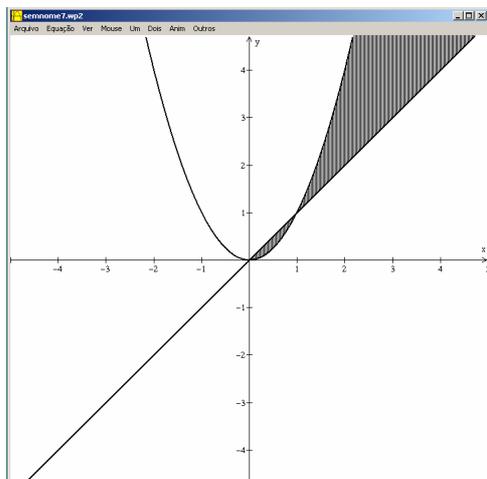


Figura 9. Integral definida

Refaça novamente o experimento, e clique no botão **indefinida** para obter o gráfico da integral de  $f - g$ . Para encontrar o ponto de interseção das duas funções clique no menu: **Dois -> intersecções**.

### 2.5. Sistemas lineares

O Winplot possibilita visualizar graficamente a solução de um sistema linear. Por simplicidade, vamos resolver sistemas lineares com apenas duas variáveis e duas equações apresentando as três situações possíveis: uma única solução; nenhuma solução; infinitas soluções.

Exemplo 1. Considere o sistema linear representado por (2).

$$\begin{aligned} 3x + 2y &= 22 \\ 2x + y &= 12 \end{aligned} \quad (2)$$

Para acharmos a solução devemos digitar as equações na forma implícita (**menu Equação/Implícita**), e depois acionar o menu **Equação/Desigualdades Implícitas**, para então torná-las inequações. Feito isso, basta marcar a caixa **Intersecção**, e clicar em **ok**. Observe na Figura 10 que as duas retas se cruzam num único ponto:  $x = 2$  e  $y = 8$ .

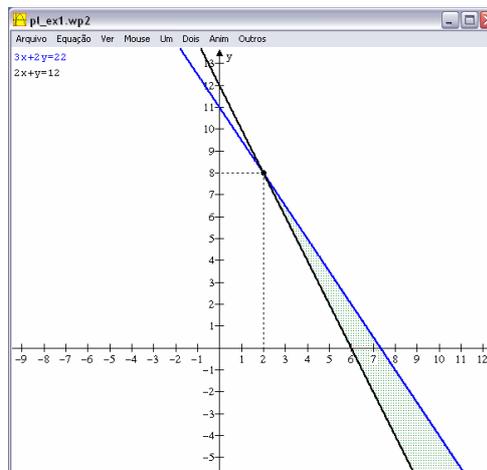


Figura 10. Exemplo de sistema linear com uma única solução (as retas se cruzam em único ponto, na solução)

Exemplo 2. Considere o sistema linear representado por (3).

$$\begin{aligned} 3x + 3y &= 2 \\ x + y &= 1 \end{aligned} \quad (3)$$

O sistema linear acima não apresenta solução, podendo ser visualizado graficamente pelo Winplot (Figura 11).

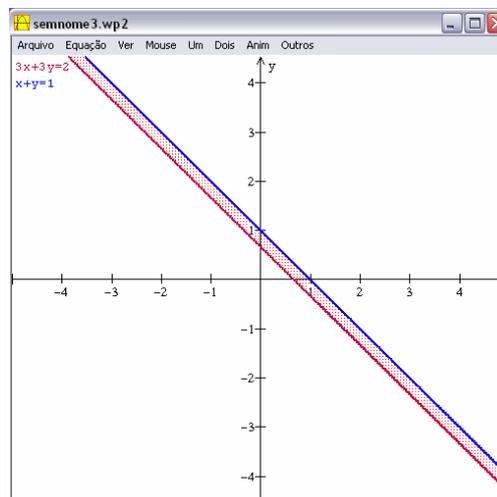


Figura 11. Exemplo de sistema linear sem solução (as retas são paralelas)

Exemplo 3. Considere o sistema linear representado por (4).

$$\begin{aligned} 3x + 3y &= 2 \\ x + y &= 1 \end{aligned} \quad (4)$$

O sistema linear apresenta infinitas soluções, podendo ser visualizado graficamente pelo Winplot (Figura 12).

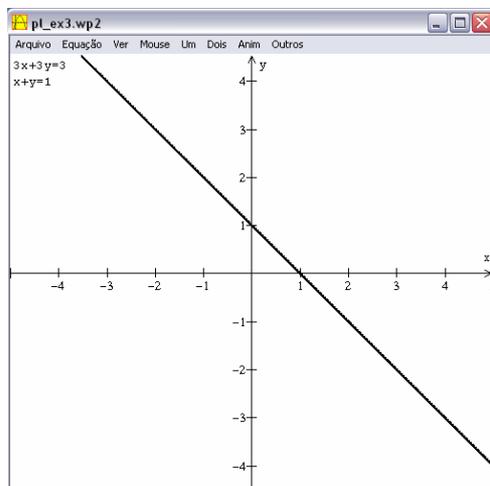


Figura 12. Exemplo de sistema linear com infinitas soluções (as retas são coincidentes)

## 2.6. Problemas de Programação Linear

Os comandos citados acima para a resolução de sistemas lineares podem ser usados para resolver problemas de Programação Linear (trabalho enviado para o 37<sup>o</sup> Cobenge - Congresso Brasileiro de Educação em Engenharia).

Além das opções listadas acima, o Winplot apresenta outras possibilidades, como por exemplo, equações paramétricas, equações polares, equações implícitas, movimentos de rotação, reflexão e translação, além da animação.

## 3. REFERÊNCIAS

- [1] Arcavi, A. (2003), The role of visual representations in the learning of mathematics. *Education Studies in Mathematics*, v. 52, n. 3, p. 215-241.
- [2] Borba, M. C.; Villarreal, M. E. (2005), *Humans-With-Media and the Reorganization of Mathematical Thinking*: information and communication technologies, modeling, experimentation and visualization. New York: U.S.A., Springer, v.39.

- [3] Cury, H. N. (2006), Análise de erros em disciplinas matemáticas de cursos superiores, III Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática, Águas de Lindóia, *Anais.. Águas de Lindóia: SBEM, CD-ROM*.
- [4] Ferreira, D. H. L.; Brumatti, R. N. M. (2009), Um olhar voltado para alunos com dificuldades em Matemática num curso de Engenharia Elétrica, *Anais do VI Congresso Iberoamericano de Educación Matemática*, Puerto Montt, Chile, p. 949-955.
- [5] Levy, P. (1996), *As tecnologias da inteligência: o futuro do pensamento na era da informática*. Rio de Janeiro: 34.
- [6] Murphy, L.D. (2005), *Computer algebra systems in calculus reform*. Disponível em: <http://www.mste.uiuc.edu/Murphy/>. Acesso em: 20 mai 2005.
- [7] Nogueira, C. M. I.; Andrade, D. (2004), Você quer discutir com o computador. *Educação Matemática em Revista*, São Paulo, n. 16, mai. 2004. p. 25-29.
- [8] Pochulu, M. D. (2008), Análisis y categorización de errores en el aprendizaje de la matemática en alumnos que ingresan a la universidad. *Revista Iberoamericana de Educación*, v. 35, n. 4, 2004. Disponível em: <<http://www.campusoei.org/revista/deloslectores/849Pochulu.pdf>> Acesso em 14 de abr. 2008.
- [9] Stewart, J. (2008), *Cálculo*. 6 ed. São Paulo: Genge Learning.
- [10] Valente, J. A. (2008a), *Informática na educação: instrucionismo x construcionismo*. Disponível em: [www.educacaopublica.rj.gov.br/biblioteca/tecnologia/tec03a.htm](http://www.educacaopublica.rj.gov.br/biblioteca/tecnologia/tec03a.htm) Acesso em: 05 de junho de 2008.
- [11] Valente, J. A. (2008b), *Diferentes Usos do Computador na Educação*. Disponível em: [www.nied.unicamp.br/publicacoes/separatas/sep1.pdf](http://www.nied.unicamp.br/publicacoes/separatas/sep1.pdf) Acesso em: 28 de mai. de 2008.