

ISSN 2316-7785

ALTURA DO TRIÂNGULO: UM ESTUDO DE CASO COM ALUNOS DO 3º ANO DO ENSINO MÉDIO DE UMA ESCOLA DA REDE ESTADUAL DE ITAQUI

Dienifer da Luz Ferner
Universidade Federal do Pampa- Unipampa Campus Itaqui/RS
dini_ferner@hotmail.com

Mariane da Rosa Minhos
Universidade Federal do Pampa- Unipampa Campus Itaqui/RS
marianeminhos@gmail.com

Denise Cardoso Bortolotto
Colégio Estadual São Patrício
uabdenise@gmail.com

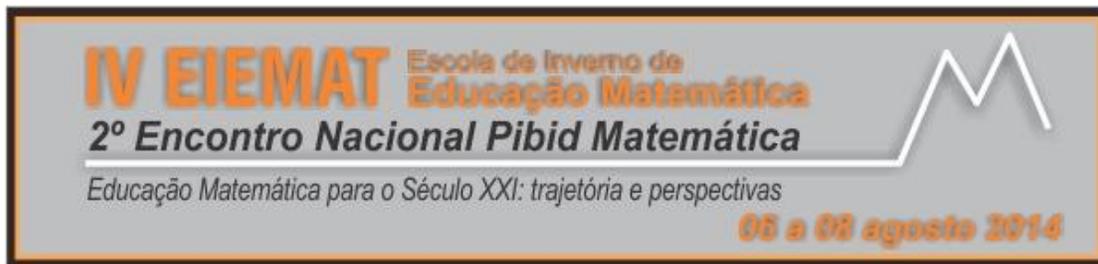
José Darci Benites Goulart
Colégio Estadual São Patrício
profjoseg@bol.com.br

Leugim Corteze Romio
Universidade Federal do Pampa- Unipampa Campus Itaqui/RS
leugimcr@gmail.com

Maria Arlita da Silveira Soares
Universidade Federal do Pampa- Unipampa Campus Itaqui/RS
arlitasoares@gmail.com

Resumo

Este trabalho objetivou investigar os conhecimentos mobilizados por um grupo de alunos do 3º ano do Ensino Médio de uma escola da rede estadual de Itaqui/RS ao resolverem atividades envolvendo altura do triângulo, bem como, analisar possibilidades de intervenção didático-pedagógica no estudo deste conceito. Para tanto, buscamos fundamentação teórica nas ideias de Gravina e nas orientações curriculares nacionais e adotamos pressupostos da pesquisa qualitativa tomando como fonte de produção de dados os protocolos de 16 alunos do 3º ano do Ensino Médio, o livro didático escolhido pela escola e resultados de pesquisas que sugerem a utilização de *softwares* no ensino de geometria. A análise dos dados permitiu concluir que alguns alunos traçaram corretamente as alturas dos triângulos, no entanto, não conseguiram definir altura. Portanto, a utilização de *softwares* de Matemática Dinâmica apresenta-se como uma ferramenta importante na superação das dificuldades no aprendizado de conceitos matemáticos.



Palavras-chave: Geometria; Altura do Triângulo; Softwares de Matemática Dinâmica.

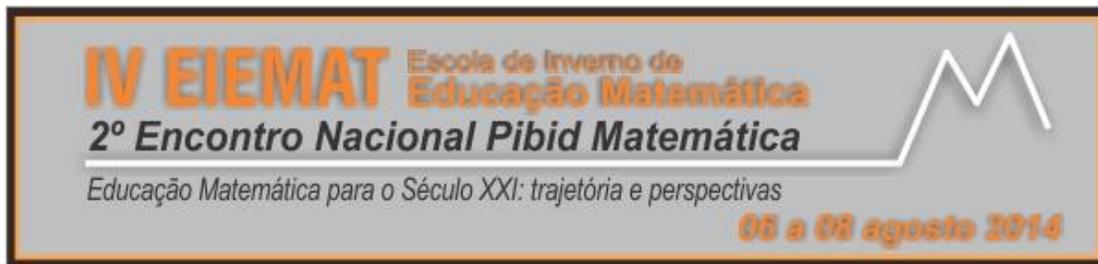
Introdução

A Geometria, ostensivamente presente nas formas naturais e construídas, é essencial à descrição, à representação, à medida e ao dimensionamento de uma infinidade de objetos e espaços na vida diária e nos sistemas produtivos e de serviços (BRASIL, 2002).

Os conceitos geométricos fazem parte da maioria das propostas curriculares nacionais e regionais e por isso dos planos de ensino da maioria das escolas brasileiras. Nos Parâmetros Curriculares Nacionais- PCNs (1998) os conceitos de Geometria estão organizados em dois blocos, a saber: Espaço e Forma e Grandezas e Medidas. Como este estudo refere-se à altura do triângulo vamos destacar as recomendações para o bloco Espaço e Forma.

Em relação a Espaço e Forma, no terceiro ciclo, o documento recomenda que sejam “ampliados os conhecimentos dos ciclos anteriores, trabalhando com problemas mais complexos envolvendo a localização no espaço e com as formas nele presentes (noções de direção e sentido, ângulo, paralelismo, perpendicularismo, classificações das figuras geométricas...)” (SOARES et al., 2011, p.9). Para o quarto ciclo, entre outras sugestões, destacamos a “identificação e construção das alturas, bissetrizes, medianas e mediatrizes de um triângulo utilizando régua e compasso” (BRASIL, 1998, p.89). Quanto ao Ensino Médio, busca-se consolidar alguns conceitos já trabalhados no Ensino fundamental como, por exemplo, ideias de congruência, semelhança e proporcionalidade, Teorema de Pitágoras, relações métricas e trigonométricas nos triângulos. Além disso, há dois aspectos a serem trabalhados “a geometria que leva à trigonometria e a geometria para o cálculo de comprimentos, áreas e volumes” (BRASIL, 2006, p.75).

O Referencial Curricular do Estado do Rio Grande do Sul-RC/RS (2009) sugere que os conteúdos relacionados ao pensamento geométrico (figura 1) sejam trabalhados em todas as séries, com maior rigor nas formalizações no 3º ano do Ensino Médio. Recomenda,



também, iniciar pela geometria espacial e por meio desta trabalhar os conceitos da geometria plana, isso porque ela exige uma formação maior, ou seja, processos de abstração e generalização. (SOARES et al., 2011)

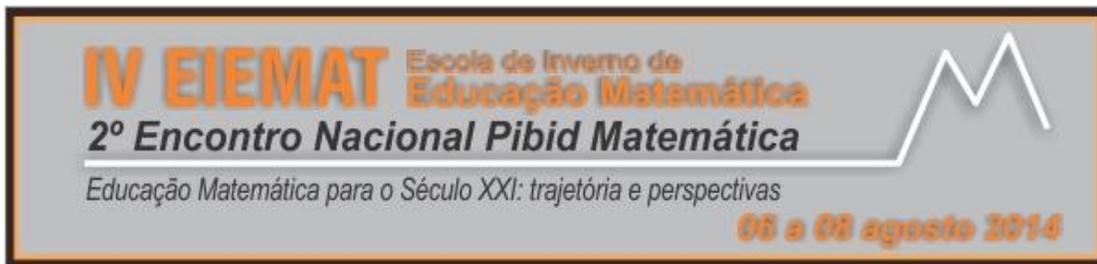
Pensamento geométrico						
Espaço e forma	Localização e deslocamento					
	Figuras espaciais e planas e suas características					
	Decomposição e composição de figuras planas e espaciais					
	Ângulo, perpendicularismo e paralelismo					
Transformações no plano	Simetrias e homotetias					
	Congruências e semelhanças					
Grandezas e medidas	Perímetro, área e volume					
	Unidades e conversões de: comprimento, massa, capacidade, superfície, volume, ângulo e tempo					
	Uso de instrumentos de medida					
	Relações métricas e trigonométricas					
Linguagem e simbologia geométrica						

Figura 1: Pensamento Geométrico
 Fonte: RIO GRANDE DO SUL, 2009, p. 55

No entanto, pesquisas (PAVANELLO, 1989; GRAVINA, 1996; GUDER, NOTARE, 2011) revelam que os conceitos geométricos, geralmente, não são abordados nas escolas conforme a ênfase sugerida por propostas curriculares nacionais e regionais, ficando para o final do ano, e, às vezes, sequer são trabalhados. Além disso, os livros didáticos ao tratarem dos conceitos geométricos “iniciam com definições nem sempre claras acompanhadas de desenhos bem particulares” (GRAVINA, 1996, p. 2), por exemplo, ao tratar da altura do triângulo esta é apresentada apenas para triângulos acutângulos.

Ao analisarmos os resultados das avaliações nacionais e regionais constatamos que nas atividades que envolvem triângulos os índices de acertos não ultrapassam 50%. Por exemplo, os dados do Sistema de Avaliação de Rendimento Escolar do Estado de São Paulo- SARESP (2011) mostram que apenas 27% dos alunos do 3º ano do Ensino Médio conseguem resolver problemas envolvem relações métricas em triângulos retângulos.

Considerando que somos integrantes do Programa Institucional de Bolsas de Iniciação a Docência- PIBID, que foi implantado no ano de 2014 na Universidade Federal



do Pampa- Unipampa, campus Itaqui, tendo início das atividades no mês de março; dentre as atividades previstas no “Plano de Ação” estamos realizando monitorias e atividades de apoio, buscando compreender como os alunos aprendem Matemática, em especial, como os alunos do 3º ano do Ensino Médio aprendem conceitos geométricos. Para tanto, estamos estudando propostas didático-pedagógicas publicadas em eventos e revistas da Educação Matemática envolvendo a utilização de *softwares* de Geometria Dinâmica e nos livros didáticos do Ensino Médio que contribuam na aprendizagem, em especial, dos conceitos geométricos.

Sendo assim, este trabalho tem por objetivo investigar os conhecimentos mobilizados por um grupo de alunos do 3º ano do Ensino Médio de uma escola da rede estadual de Itaqui/RS ao resolverem atividades envolvendo altura do triângulo, bem como, identificar possibilidades de intervenção didático-pedagógica no estudo deste conceito. Para isso, adotamos pressupostos da pesquisa qualitativa, tomando como fonte de produção de dados os protocolos de 16 alunos do 3º ano do Ensino Médio, o livro didático escolhido pela escola e resultados de pesquisas que sugerem a utilização de *softwares* no ensino de geometria.

Ensino aprendizagem de geometria: a importância dos softwares de Matemática Dinâmica

O estudo da Geometria deve possibilitar aos alunos o desenvolvimento da capacidade de resolver problemas do cotidiano, de outras áreas do conhecimento ou dentro da própria Matemática. No estudo deste campo, em especial no Ensino Médio, os alunos terão a oportunidade (que não deve ser a única) de “apreciar a faceta da Matemática que trata de teoremas e argumentações dedutivas” (BRASIL, 2006, p.75).

Conforme Pavanello (1989 apud GUDER, NOTARE, 2011, p.122)

A geometria apresenta-se como um campo profícuo para o desenvolvimento da capacidade de abstrair, generalizar, projetar, transcender o que é imediatamente sensível – que é um dos objetivos do ensino da matemática – oferecendo condições para que níveis sucessivos de abstração possam ser alcançados.

Contudo, dados empíricos e pesquisas revelam que os alunos chegam ao Ensino Superior sem ter desenvolvido o raciocínio geométrico. Para Fischbein (1993 apud GRAVINA et al., 2012, p.43) “no caso especial de raciocínio geométrico, nós temos que lidar com um tipo especial de objeto mental, o qual possui, ao mesmo tempo, propriedades conceituais e propriedades figurais”. A propriedade conceitual (dada por meio da linguagem escrita ou falada) corresponde a propriedades que caracterizam certa classe de objetos e a propriedade figurial é de natureza visual e se expressa por meio de desenhos. Para o aprendizado da geometria, torna-se imprescindível a harmonia entre as propriedades conceitual e figurial.

Ainda, conforme Fischbein (1993 apud GRAVINA, 1996, p.3)

A dificuldade em manipular objetos geométricos, a saber, a tendência em negligenciar o aspecto conceitual pela pressão de restrições do desenho, é um dos maiores obstáculos para o aprendizado da Geometria... Frequentemente condições figurais (de desenho) escapam do controle conceitual, e impõem, a linha de pensamento, interpretações que do ponto de vista de desenho são consistentes, mas que não são condições conceituais.

Por exemplo, é comum os alunos afirmarem que “a altura de um triângulo é um segmento de reta que está sempre dentro do triângulo”. A propriedade passa a ser tomada como tal em função do desenho protótipo, geralmente apresentado nos livros didáticos, o qual apresenta a altura de triângulos acutângulos.

Gravina (1996) solicitou a um grupo de acadêmicos do primeiro semestre do Curso de Matemática que traçassem a altura dos triângulos (figura 2) relativamente aos lados destacados.

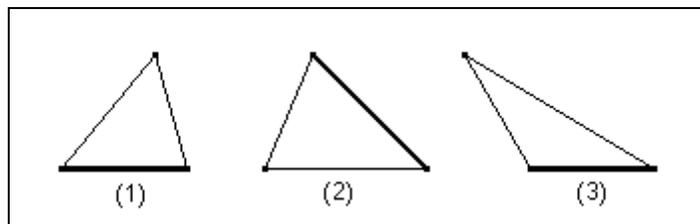


Figura 2: Triângulos

A análise dos resultados revela que 90% dos acadêmicos acertaram o traçado para o triângulo (1), 49% acertaram o traçado para o triângulo 3 e apenas 17% acertaram o traçado para o triângulo (2). A grande maioria traçou segmentos no interior do triângulo, desconsiderando a condição de segmento perpendicular. Ou seja, não harmonia entre as componentes conceitual e figural do objeto geométrico.

Para superar essas dificuldades há *softwares* de Matemática Dinâmica, por exemplo, o *Geogebra* que permitem “a construção de objetos geométricos de acordo com propriedades ou relações estabelecidas. Estes podem então ser manipulados dinamicamente, de tal maneira que as *propriedades e relações sejam preservadas*” (GIRALDO, CAETANO, MATTOS, 2012, p.114, grifos do autor). Ao movimentar uma construção feita no *Geogebra* surge na tela do computador “uma representação genérica de uma classe de objetos matemáticos, que compartilham um conjunto de propriedades em comum” e não apenas uma representação particular de um objeto isolado.

No caso da altura do triângulo ABC relativa ao lado BC , temos a seguinte construção: triângulo ABC , reta perpendicular à reta relativa à BC , passando pelo vértice A (figura 3). Ao movimentar o vértice A , verifica-se que o segmento altura (H) nem sempre está no interior do triângulo.

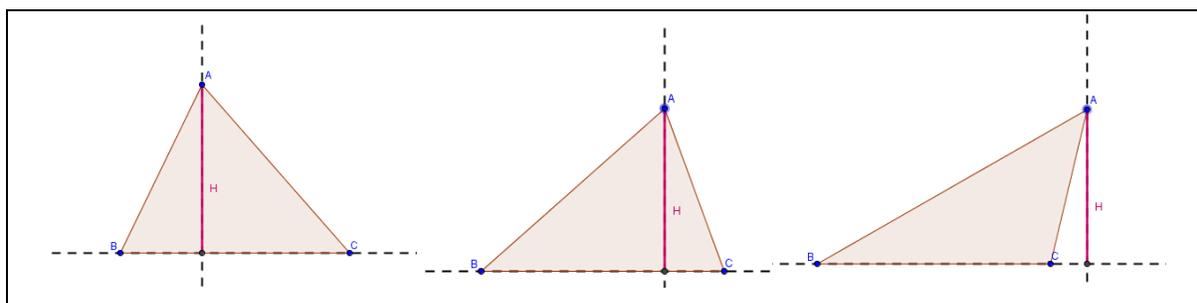


Figura 3: Altura do triângulo ABC relativa ao lado BC .

Conforme as Orientações Curriculares Nacionais para o Ensino Médio- OCNEM os programas de Geometria Dinâmica enriquecem as imagens mentais associadas às propriedades geométricas” (BRASIL, 2006, p.88).

Concordamos com as OCNEM (BRASIL, 2006) e acreditamos que os *softwares* de Matemática Dinâmica, em especial, o *Geogebra* podem ajudar os estudantes a desenvolverem a capacidade de abstrair a partir da “exploração de objetos matemáticos e formulação de conjecturas sobre suas relações e propriedades, que deverão ser comprovadas ou refutadas por meio de argumentos matemáticos formais” (GIRALDO, CAETANO, MATTOS, 2012, p.116).

Análise dos dados

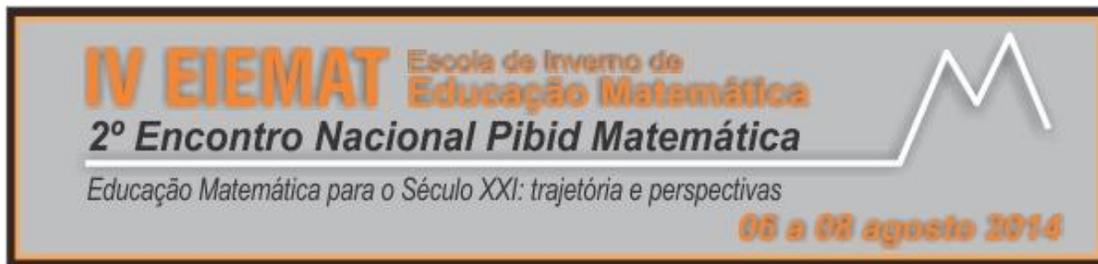
Como já afirmamos, na introdução deste trabalho, participamos do PIBID que iniciou suas atividades no mês de março do corrente ano e começamos a acompanhar uma turma de 3º ano do Ensino Médio da escola parceira neste projeto. Até o momento os alunos estudaram conceitos relacionados à geometria plana e espacial e no segundo semestre vão estudar conceitos relacionados à geometria analítica. Analisando a literatura sobre o aprendizado da geometria constatamos que há várias dificuldades que se originam, principalmente, no aspecto estático do desenho.

Sendo assim, optamos por verificar os conhecimentos mobilizados por 16 de alunos do 3º ano do Ensino Médio ao resolverem atividades envolvendo altura do triângulo. Vale destacar que tomamos o trabalho de Gravina (1996) como inspiração para elaborar a atividade desenvolvida (quadro 1).

Quadro 1: Atividade desenvolvida com o grupo de alunos do 3º ano do Ensino Médio

Trace as alturas dos triângulos abaixo relativamente ao lado AB . Explique as estratégias utilizadas para resolver a questão.

The diagram shows three triangles on a grid background, each with a shaded interior and a dashed line representing the altitude from vertex C to the base AB. Triangle (A) is an acute triangle with vertices B, C, and A. Triangle (B) is an obtuse triangle with vertices C, A, and B. Triangle (C) is a right-angled triangle with vertices C, A, and B, where the right angle is at vertex A.



Pode-se perceber que aos triângulos escolhidos quanto aos ângulos são, nesta ordem, acutângulo, obtusângulo e retângulo. A escolha do triângulo (A) justifica-se em função de que quando se trata do traçado da altura de triângulo, geralmente, é este que aparece nos livros didáticos, o chamado desenho protótipo. O triângulo (B) foi escolhido porque na pesquisa de Gravina (1996) este tipo teve um índice de acertos muito baixo, além disso, a altura estaria fora do triângulo. Já o triângulo (C) foi selecionado porque, várias vezes, ao solicitar o cálculo da área de triângulo apresenta-se um triângulo retângulo, com as medidas dos catetos dados (base e altura), dessa forma, acreditávamos que os alunos teriam maior facilidade para traçar a altura relativa a AB .

A tabela 1 apresenta os resultados quantitativos da atividade aplicada aos alunos.

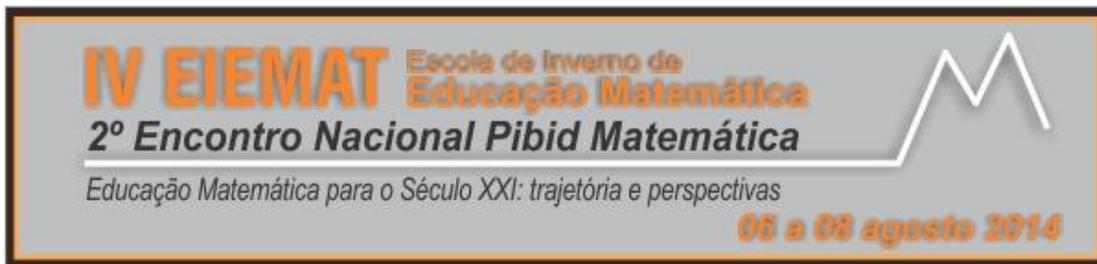
Tabela 1: Resultados relativos ao traçado

Traçado da altura	Correto	Incorreto	Em branco
(A)	12,5%	62,5%	25%
(B)	25%	43,75%	31,25%
(C)	43,75%	12,5%	43,75%

Ao analisarmos os dados mostrados na tabela em relação ao traçado da altura verificamos que o índice de acertos pode ser considerado muito baixo, pois são alunos de 3º ano do Ensino Médio. Constata-se que o maior índice de acertos foi para o triângulo (C) como prevíamos, pois a altura relativa ao lado AB corresponde a um dos catetos do triângulo. O índice de acertos em relação ao triângulo (B) foi maior que do triângulo (A). Talvez isto tenha acontecido porque os triângulos foram construídos sob uma malha quadriculada e esta pode ter contribuído na identificação do segmento que representa a altura, mesmo assim o número de questões deixadas em branco para o triângulo (B) é maior que o do triângulo (A).

A seguir apresentamos algumas repostas dos alunos que revelam a dificuldade em conceituar a altura de triângulo:

Aluno A: *A altura será representada por uma reta vertical, desde o ponto A até alcançar o ponto C.*



Aluno E (explicação para o triângulo (C)): *Com o uso do AB como base, tem-se AC como altura, pois a reta AB é perpendicular a AC.*

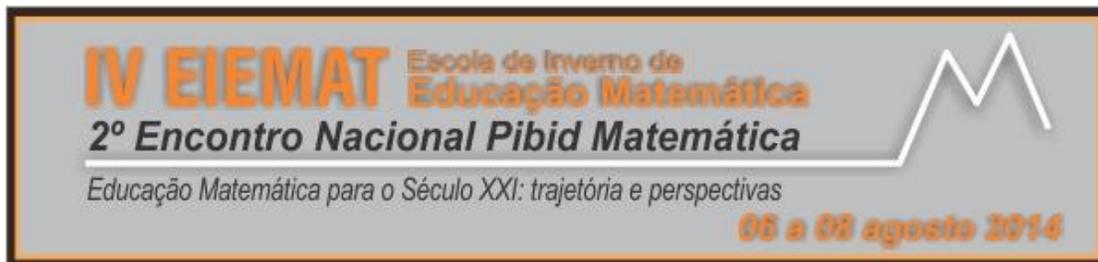
Os protocolos revelam que apenas três alunos conseguem definir, limitadamente, a altura de um triângulo, pois definem como “o segmento que vai de um vértice até a base perpendicularmente” (Aluno B). Dizemos limitadamente porque não mencionam que altura é o segmento perpendicular definido entre retas paralelas determinando a distância entre um vértice e a reta suporte do lado oposto ao vértice.

Ao analisarmos o livro didático escolhido pela escola constatamos que a metodologia adotada apresenta, primeiramente, explanações teóricas seguidas de exemplos e de exercícios, resolvidos ou propostos, há poucos espaços para o aluno elaborar hipóteses, testá-las, confirma-las ou refutá-las. Em relação a utilização de recursos tecnológicos, verificamos que não há sugestões de *softwares* de Matemática Dinâmica. Talvez a forma como o livro explora os conceitos matemáticos influencia o trabalho dos professores e consequentemente a aprendizagem dos alunos investigados.

Diante desse contexto, valorizamos ainda mais o trabalho com *softwares* de Matemática Dinâmica, conforme apresentamos no item anterior, no estudo, principalmente, de conceitos geométricos, pois um trabalho enfocando os “desenhos em movimento” o que emerge são os invariantes, ou seja, as reais propriedades geométricas da configuração. Sendo que um dos aspectos importantes na investigação matemática é a abstração da invariância, mas para reconhecê-la, para ver o que permanece igual, devemos ter a variação. A ideia de movimento é inseparável da ideia de invariante geométrico (GRAVINA, 1996).

Considerações Finais

Considerando que estamos começando a desenvolver uma parceria mais estreita entre escola e universidade por meio do PIBID, acreditamos que conseguiremos desenvolver um trabalho que contribua para amenizar as dificuldades dos alunos da escola, bem como, ampliar nossos estudos para compreender como os alunos aprendem



Matemática, principalmente, conceitos geométricos. Para tanto, já estamos organizando o laboratório de informática da escola para explorar/aproveitar as potencialidades oferecidas pelos *softwares* de Matemática Dinâmica, pois nestes ambientes os conceitos são construídos/elaborados com equilíbrio conceitual e figural, possibilita explorar as várias representações de um objeto matemático (geométrica, numérica, algébrica), permitem descobrir propriedades a partir do movimento dos objetos, em consequência, oportuniza ao aluno desenvolver capacidades de abstração e generalização fundamentais na aprendizagem Matemática.

Referências

BRASIL. *Ministério da Educação e do Desporto*. Parâmetros Curriculares Nacionais- Matemática 5ª a 8ª série. Brasília: SEF, 1998.

BRASIL, *Ministério da Educação e Cultura*. PCN+- *Ensino Médio*. Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias: Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais. Brasília: SEMTEC, 2002.

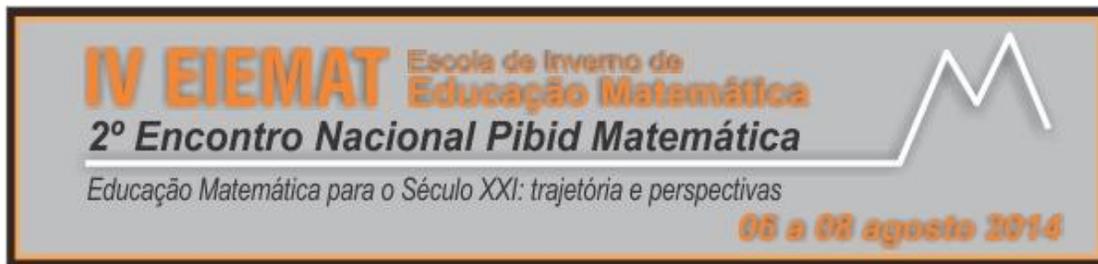
BRASIL. *Orientações curriculares para o ensino médio: Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias*. Vol. 02. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2006.

GIRALDO, V., CAETANO, P., MATTOS, F. *Recursos computacionais no ensino de Matemática*. Rio de Janeiro: SBM, 2012.

GUDER, D. NOTARE, M. R. *Estudando geometria de maneira mais significativa*. In: GARCIA, V. C. V. G [et al.]. Reflexão e pesquisa na formação de professores de matemática. Porto Alegre: Evangraf: UFRGS, 2011

GRAVINA, M. A. *Geometria Dinâmica: uma nova abordagem para o aprendizado da Geometria*, Anais do VII Congresso Brasileiro de Informática na Educação, Belo Horizonte, MG, 1996.

PAVANELLO, R. M. *O abandono do ensino de geometria: uma visão histórica*. 1989. 196 f. Dissertação (Mestrado em Metodologia do Ensino) – Universidade Estadual de Campinas, Faculdade de Educação, São Paulo, 1989. Disponível em: <<http://libdigi.unicamp.br/document/?code=vtls000045423>>



SÃO PAULO. *Relatório Pedagógico SARESP*, 2011. Disponível em <
saresp.fde.sp.gov.br/2011/.../Relatório_Pedagógico_Matemática_2011>

SOARES, M. A [et al.]. *Currículo de matemática: uma análise das ideias propostas nos PCN e no referencial curricular do RS*. In: Anais II CNEM- Congresso Nacional de Educação Matemática. Ijuí, 2011.

RIO GRANDE DO SUL. *Secretaria de Estado da Educação*. Departamento Pedagógico. Lições do Rio Grande: Referencial Curricular / Ensino Fundamental. Porto Alegre: SE/DP, 2009.