

ISSN 2316-7785

NÚMEROS RACIONAIS NO ENSINO MÉDIO: ANÁLISE DE ATIVIDADES DESENVOLVIDAS COM ALUNOS DE 1º ANO

Daiane de Almeida Brazeiro de Matos
Universidade Federal do Pampa - UNIPAMPA - Campus Itaqui/RS
daianebrazeiro@yahoo.com.br

Ana Paula dos Santos Ledesma
Universidade Federal do Pampa - UNIPAMPA - Campus Itaqui/RS
ana-ledesma16@hotmail.com

Saiury Heinsch da Rosa
Universidade Federal do Pampa - UNIPAMPA - Campus Itaqui/RS
saiury_colorada@hotmail.com

Joaquina Solange Fuchs
Universidade Federal do Pampa - UNIPAMPA - Campus Itaqui/RS
solanefuchs1@hotmail.com

Denise Cardoso Bortolotto
Colégio Estadual São Patrício
uabdenise@gmail.com

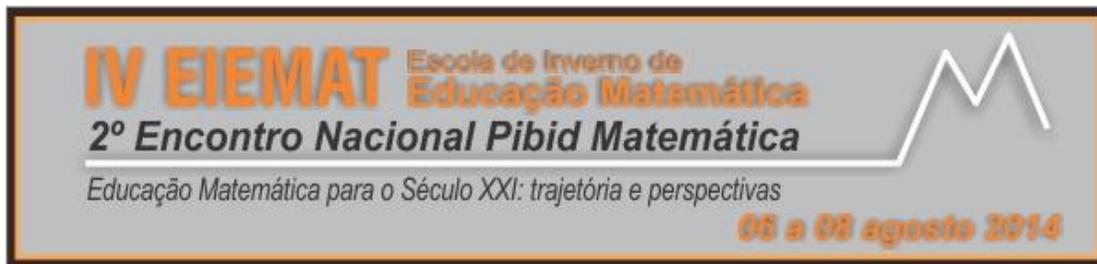
José Darci Benites Goulart
Colégio Estadual São Patrício
profjoseg@bol.com.br

Leugim Corteze Romio
Universidade Federal do Pampa - UNIPAMPA - Campus Itaqui/RS
leugimcr@gmail.com

Maria Arlita da Silveira Soares
Universidade Federal do Pampa - UNIPAMPA - Campus Itaqui/RS
arlitasoares@gmail.com

Resumo

Este trabalho objetivou investigar os conhecimentos mobilizados por um grupo de alunos do 1º ano do Ensino Médio de uma escola da rede estadual de Itaqui/RS ao resolverem atividades envolvendo números racionais, bem como, verificar possibilidades de intervenção didático-pedagógica a partir



dos resultados de pesquisas na Educação Matemática. Para tanto, buscamos fundamentação teórica, principalmente, nas ideias de Caraça, Moreira, Penteadó e Silva e nas orientações curriculares nacionais e adotamos pressupostos da pesquisa qualitativa tomando como fonte de produção de dados os protocolos de 37 alunos do 1º ano do Ensino Médio, o livro didático escolhido pela escola e resultados de pesquisas sobre ensino de números racionais. A análise dos dados permitiu concluir que os alunos possuem dificuldade na resolução de atividades envolvendo os conceitos de números racionais e irracionais.

Palavras-chave: Números Racionais; Diferentes Representações; Educação Matemática.

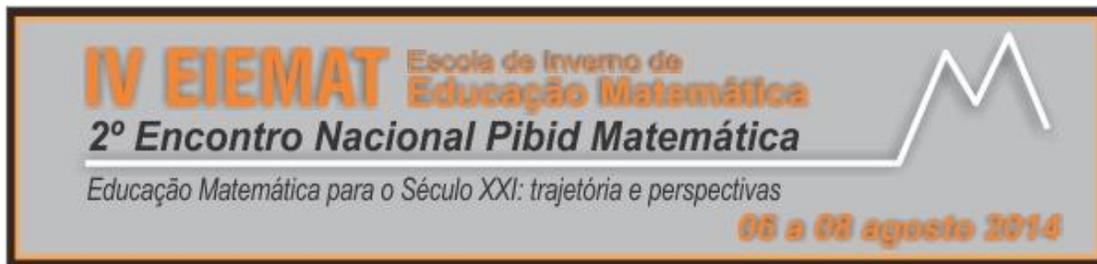
Introdução

A aquisição do conceito de número racional auxilia na compreensão de um conjunto de informações necessárias à interpretação de fatos, fenômenos e eventos do mundo real, a construção de estruturas mentais essenciais às atividades matemática e científica, bem como proporciona o princípio sobre o qual as operações algébricas elementares irão se basear mais tarde (BEHR, LESH e POST, apud MOREIRA 2005). Porém, a história da Matemática mostra que o conceito de número racional não é elementar; ele é uma complexa e importante estrutura dessa disciplina (SOARES, 2007).

A aquisição do conceito de número racional pelos alunos requer, além da compreensão dos fatos históricos que o originaram, a compreensão das várias representações (*numérica*: fracionária, decimal, percentual, *figural*, *algébrica*) e dos vários significados que a representação $\frac{a}{b}$ assume dependendo do contexto.

Segundo os currículos oficiais, o ensino do conceito de número racional, está previsto para ser realizado no segundo ciclo do Ensino Fundamental. Uma vez que, no primeiro ciclo são tratados, especialmente, os conceitos relacionados a números naturais e inteiros.

No segundo ciclo, os alunos ampliam conceitos já trabalhados no ciclo anterior (como o de número natural, adição, medida, etc.), estabelecem relações que os aproximam de novos conceitos (como o de número racional, por exemplo), aperfeiçoam procedimentos conhecidos (contagem, medições) e constroem novos (cálculos envolvendo proporcionalidade, por exemplo).



O conceito de número racional apresentado no segundo ciclo tem como principal objetivo “levar os alunos a perceberem que os números naturais, já conhecidos, são insuficientes para resolver determinados problemas” (BRASIL, 1997, p. 67). Neste ciclo pode-se, também, dar alguns passos no sentido de levar os alunos a compreenderem enunciados, terminologias e técnicas convencionais sem a necessidade de deixar de valorizar e estimular as hipóteses e estratégias apresentadas pelo aluno.

Ainda, no segundo ciclo, são apresentadas aos alunos situações-problema cujas soluções não se encontram no campo dos números naturais, possibilitando, assim, que eles se aproximem da noção de número racional, pela compreensão de alguns de seus significados (quociente, parte-todo, razão) e de suas representações, fracionária e decimal.

Os recursos de cálculo são ampliados neste ciclo pelo fato de o aluno ter uma compreensão mais ampla do sistema de numeração decimal, além de uma flexibilidade de pensamento para construção do cálculo mental.

Os PCNs¹ (BRASIL, 1998) chamam atenção para o fato de que:

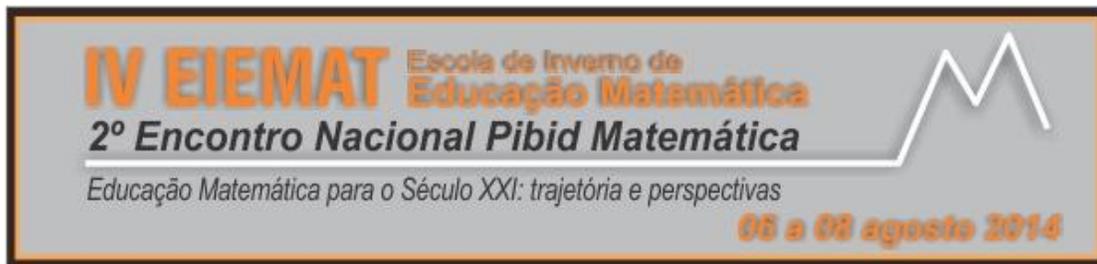
Embora as representações fracionárias e decimais desses números sejam conteúdos desenvolvidos nos ciclos iniciais, o que se constata é que os alunos chegam ao terceiro ciclo sem compreender os diferentes significados associados a esse tipo de número e tampouco os procedimentos de cálculo, em especial, os que envolvem os racionais na forma decimal. (BRASIL, 1998, p. 100)

Com isso, a abordagem dos números racionais, no terceiro e quarto ciclos, deve dar continuidade ao que foi trabalhado nos ciclos anteriores. Para abordar o estudo dos racionais, “os problemas históricos que deram origem a esses números, oferecem bons contextos para seu ensino” (BRASIL, 1998, p. 101).

Já no Ensino Médio, a Matemática vai além do caráter instrumental, ela coloca-se como ciência com características próprias de investigação e de linguagem e com papel integrador junto às demais Ciências da Natureza.

Nesta etapa, é importante “alargar e aprofundar o conhecimento dos alunos sobre números e operações, mas não isoladamente dos outros conceitos” (BRASIL, 2002, p. 122), trabalhando problemas que envolvam medições, cálculos aproximados, porcentagens...

¹ PCNs: Parâmetros Curriculares Nacionais da Educação Básica.



As pesquisas confirmam as dificuldades apresentadas pelos Parâmetros Curriculares Nacionais, como, por exemplo, Soares (apud MOREIRA, 2004, p. 113), em sua pesquisa indica dificuldades dos alunos em tarefas escolares relacionadas com os números racionais na reta numérica. Uma de suas questões pergunta:

Quantas frações existem entre $\frac{1}{4}$ e $\frac{1}{2}$?

(a) só uma

(b) menos de 10

(c) mais de 10 e menos de 20

(d) mais de 20.

Quadro 1: Questão utilizada por Soares (SOARES apud MOREIRA, 2004, p. 113).

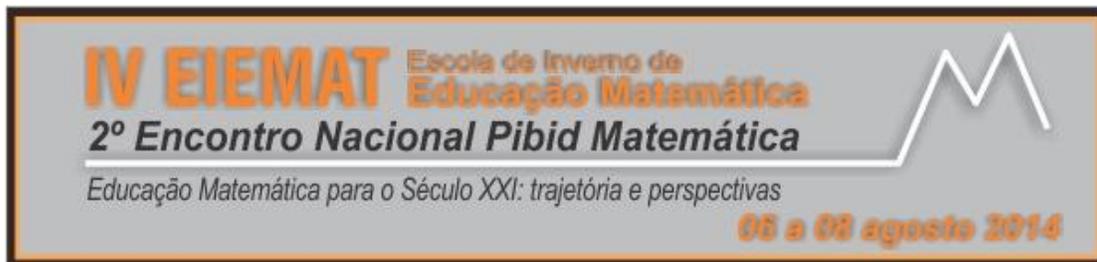
A resposta dos alunos do primeiro ano do Ensino Médio, para esta questão, foi 54% a (a), 20% a (b), 7% a (c), 14% a (d) e 5% deixaram em branco.

Para resolver adequadamente esta atividade, o aluno poderia trabalhar com a ideia de que os números racionais na forma fracionária podem ser convertidos para a representação decimal permitindo identificar a existência de finitas ou infinitas casas decimais.

Penteado (2004), ao realizar um estudo com professores do Ensino Médio, em uma de suas atividades, pede que os professores classifiquem alguns números reais em racionais ou irracionais. Na pesquisa, pode-se perceber a dificuldade apresentada pelos professores, ao justificar um dos números constantes na atividade: “4,212121... tem período e tem uma regra pra voltar, mas não lembro”.

Segundo Caraça (apud PENTEADO e SILVA, 2009, p. 80), com o problema da incomensurabilidade, que só poderia ser explicado pelo conceito “quantitativo de infinito”, cai a ideia da escola Pitagórica que, dados dois segmentos quaisquer \overline{AB} e \overline{CD} , sempre seria possível encontrar um terceiro segmento \overline{EF} contido um número inteiro de vezes em \overline{AB} e um número inteiro de vezes em \overline{CD} , ou seja, que dois segmentos são sempre comensuráveis.

Nas avaliações nacionais, também, percebe-se a dificuldade dos alunos identificarem números racionais nas suas diferentes representações, por exemplo, a representação percentual (exemplo apresentado no Quadro 2).



Uma pesquisa sobre o perfil dos que bebem café mostrou que, num grupo de 1000 pessoas, 70% bebem café e, dentre os que bebem café, 44% são mulheres. Qual a quantidade de homens que bebem café no grupo de 1000 pessoas?

- (A) 700 (B)660 (C)392 (D)308 (E)260

Percentual de respostas às alternativas				
A	B	C	D	E
13%	23%	26%	11%	26%

Quadro 2: Questão retirada da matriz do SAEB (2009).

Para obter sucesso na resolução desta questão, por exemplo, o aluno poderia ter convertido 70% para a representação decimal (0,7) ou para a representação fracionária ($\frac{7}{10}$).

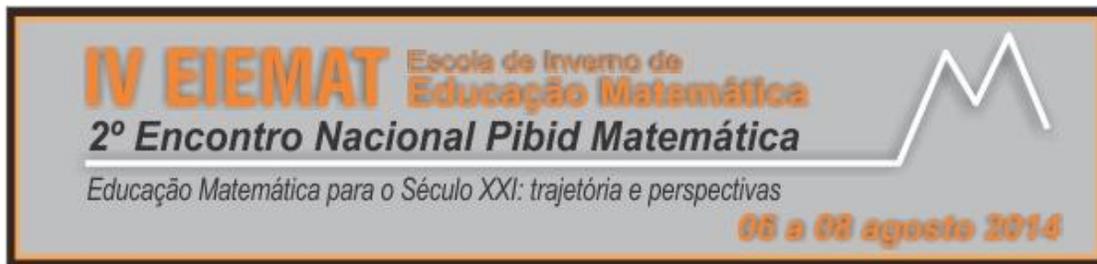
A partir das atividades realizadas pelo PIBID², estamos acompanhando duas turmas de 1º ano do Ensino Médio e neste primeiro momento buscando identificar as dificuldades dos alunos no estudo de conjuntos numéricos, além de investigar propostas didático-pedagógicas publicadas em eventos e revistas da Educação Matemática que contribuam na aprendizagem, em especial, de números racionais.

Diante desse contexto, nosso objetivo é investigar os conhecimentos mobilizados por um grupo de alunos do 1º ano do Ensino Médio de uma escola da rede estadual de Itaqui/RS ao resolverem atividades envolvendo números racionais, bem como, verificar possibilidades de intervenção didático-pedagógica a partir dos resultados de pesquisas na Educação Matemática. Para tanto, adotamos pressupostos da pesquisa qualitativa tomando como fonte de produção de dados os protocolos de 37 alunos do 1º ano do Ensino Médio, o livro didático escolhido pela escola e resultados de pesquisas sobre ensino de números racionais.

Referencial teórico

As dificuldades de ensino e aprendizagem do conceito de número racional têm sido alvo de várias pesquisas, sob diferentes enfoques, tais como: o estudo de diferentes teorias

² PIBID: Programa Institucional de Bolsas de Iniciação à Docência.



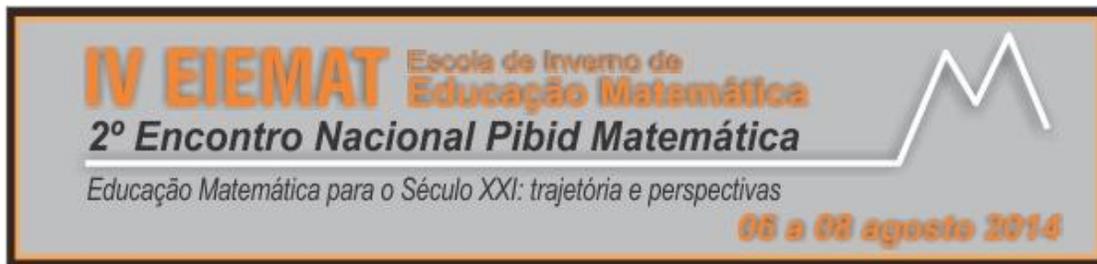
cognitivas, novas metodologias, e análise de material didático, em especial o livro didático (SOARES, 2007). Citaremos, a seguir, algumas pesquisas analisadas na perspectiva de delimitar nosso foco de estudo.

Moreira (2004), em sua Tese de Doutorado trouxe um estudo teórico e metodológico sobre a relevância dentro do processo de escolarização e a riqueza conceitual que o envolve, restringimos nossa atenção ao conjunto dos números reais, destacando um dos subsistemas particularmente importantes na educação básica, os racionais.

Para a compreensão dos números racionais Moreira (2004) buscou, na fundamentação teórica, as ideias dos autores Behr et al, Figueredo, Lima, Soares entre outros, onde o conceito do número racional é visto de maneira análoga, sendo que o aspecto fundamental na construção formal de \mathbb{Z} , \mathbb{Q} e \mathbb{R} , a partir de \mathbb{N} , \mathbb{Z} e \mathbb{Q} , nas sucessivas extensões do conjunto numérico desenvolvido na escola básica é o fato de que essas construções da matemática científica visam produzir uma abstração que expresse formalmente as características *essenciais* de um objeto, já conhecido. Trazendo a propriedade do conjunto dos números racionais, bastante conhecida pelos alunos, que $\frac{a}{b}$ sendo a e b números inteiros e $b \neq 0$ tendo a relação de medida, probabilidade, quociente, razão, número, operador multiplicativo, sistemas de coordenadas e gráficos. Por tanto, o conceito do número racional esta na representação com fração, decimal e porcentagem para a construção do seu significado.

Penteado e Silva (2009), em seu artigo, apresentam os saberes mobilizados por professores do ensino médio, ao desenvolverem atividades sobre os números reais e, posteriormente, aborda a viabilidade de se introduzir o estudo da propriedade da densidade na educação básica.

No artigo, Penteado e Silva (2009) analisaram pesquisas nacionais e internacionais para o entendimento da noção de densidade dos números reais, referenciando os teóricos, Robinet, Fischbein, Jehiam e Cohen, Tirosh, Iglioni e Silva, entre outros. Eles demonstraram que a densidade pode ser trabalhada a partir da representação gráfica



localizando os pontos na reta real e a partir da representação numérica com a utilização da média aritmética.

Para Caraça (apud PENTEADO e SILVA, 2009, p. 357) “um conjunto é denso se entre dois dos seus elementos quaisquer existir uma infinidade de elementos do mesmo conjunto”.

Análise dos dados

Para realização desta pesquisa elaboramos três atividades envolvendo conceitos relacionados aos números racionais.

A primeira atividade foi elaborada com o objetivo de verificar se os alunos conseguem classificar os números reais em racionais ou irracionais (PENTEADO, 2004, p.44), bem como refletir sobre os critérios para a decisão se o número é racional ou irracional.

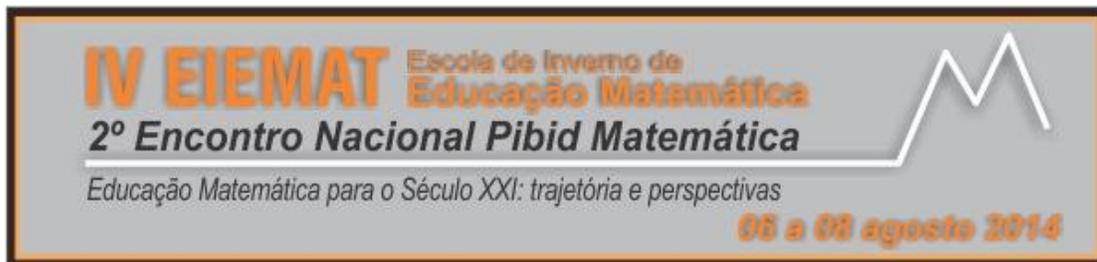
1- Marque com um X quais dos seguintes números podemos garantir que são racionais e responda porquê?			
a) $\frac{2}{3}$	b) 0,1234567891011121314...	c) 0,32	d) π
e) 0,1001	f) $\sqrt{2}$	g) $\frac{\sqrt{3}}{4}$	h) $1 + \sqrt[3]{4}$
.....			
.....			
.....			

Quadro 3: Atividade 1 - Protocolo

A partir da análise dos protocolos dos alunos podemos observar os seguintes acertos para as alternativas: alternativa *a*: 26, alternativa *b*: 31, alternativa *c*: 13, alternativa *d*: 25, alternativa *e*: 10, alternativa *f*: 21, alternativa *g*: 20, alternativa *h*: 31.

Em relação as justificativas apresentadas pelos alunos, estas não puderam ser analisadas, pois raras vezes foram citadas, e em geral a justificativa descrita consistia em dizer, “por que é racional”.

A segunda atividade buscou verificar se os alunos conseguem perceber que existem números que não são inteiros, nem racionais, a partir da ideia de incomensurabilidade.



2- Dados os retângulos abaixo determine a medida da diagonal de cada um deles e responda: **Podemos garantir que a diagonal de um retângulo que tem medidas inteiras do seu comprimento e largura é sempre um número inteiro? É sempre um número racional?**



Quadro 4: Atividade 2 - Protocolo

Em relação a questão 2, não foi possível realizar sua análise, uma vez que os alunos não responderam e nos eventuais casos em que foram respondidas, havia apenas o desenvolvimento da atividade para obtenção da diagonal, mas nenhuma justificativa para o resultado apresentado.

A terceira atividade proposta buscou verificar se os alunos compreendem a propriedade de densidade dos números reais, ou seja, se entre dois números reais quaisquer é possível obter outro número real, utilizando-se os conceitos de média aritmética.

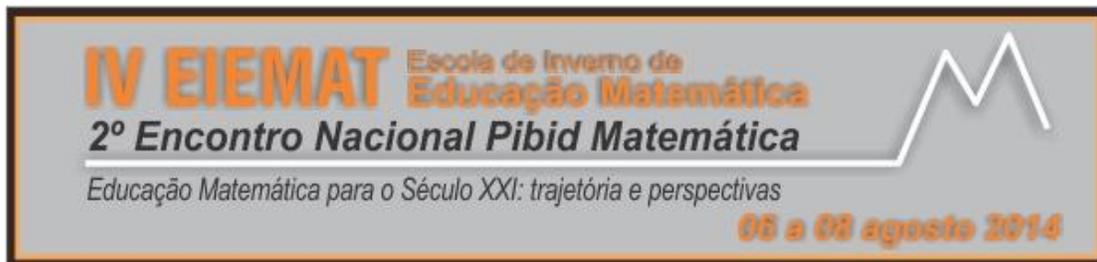
3- Existe um número real compreendido entre os números dados na tabela?

Números	Não	Sim	Qual (is)
Entre $\frac{3}{11}$ e $\frac{4}{11}$			
Entre $\frac{1}{3}$ e $0,333\dots$			
Entre $2,13$ e $\frac{214}{100}$			
Entre $0,1$ e $0,2$			

Quadro 5: Atividade 3 - Protocolo

Com base nos protocolos, observamos que, na questão 3, nas alternativas *a*, *b*, *c* e *d*, responderam corretamente, respectivamente, 15, 15, 13 e 8 alunos. Em relação aos demais questionamentos, apresentados na atividade, não puderam ser analisados, pois não foram encontradas justificativas dos alunos.

Após a análise dos protocolos dos alunos, optamos por verificar se o Livro Didático, adotado pela Escola, apresenta alguma atividade semelhante as propostas nos protocolos



dos alunos. Sendo que o livro apresenta os números racionais brevemente, ao trabalhar conjuntos numéricos. Na análise das atividades, são propostos três (3) exemplos envolvendo razão entre dois números inteiros e quatro (4) exercícios resolvidos de classificação semelhantes aos utilizados nos protocolos.

A ideia de incomensurabilidade é tratada no conjunto dos números irracionais, ao trabalhar a medida da diagonal de um quadrado de lado unitário. Entretanto, nenhuma atividade envolvendo a ideia de incomensurabilidade é trabalhada.

Ao trabalhar o conjunto dos números reais, este é apresentado como sendo a união dos racionais com os irracionais, não sendo trabalhada a propriedade de densidade da reta real.

Considerações Finais

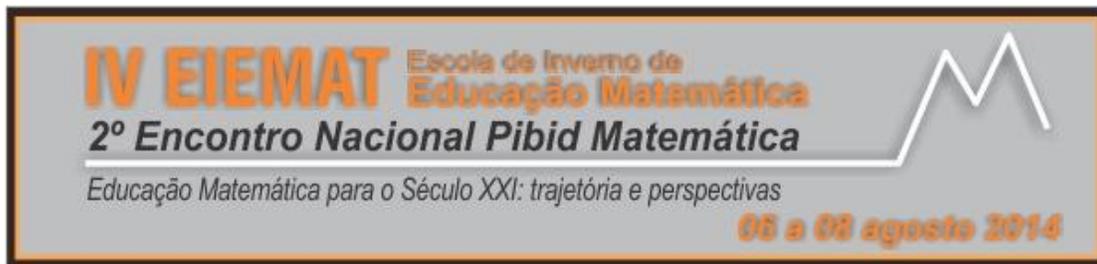
A partir da análise dos protocolos dos alunos, podemos observar que estes apresentaram dificuldades na resolução das atividades envolvendo os conceitos de números racionais e irracionais.

Além das dificuldades apresentadas pelos alunos, não foi possível identificar os conceitos mobilizados na resolução das atividades, uma vez que, nos protocolos, quando era solicitado que justificassem suas respostas, os alunos não o faziam, e quando faziam não havia relação com a atividade proposta.

Por fim, ao analisar o Livro Didático, verificou-se que este apresenta apenas uma atividade de classificação dos números reais em racionais e irracionais, e nenhuma atividade relacionada as ideias de incomensurabilidade e densidade da reta real.

Vale destacar, que esta é uma análise preliminar e por meio das ações do PIBID, estamos estudando possibilidades de intervenção didático-pedagógica a partir dos resultados de pesquisas na área da Educação Matemática.

Apoio Financeiro: Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – CAPES – Brasil.



Referências

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. Secretaria de Educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Introdução**. Brasília: MEC/SEF, 1997.

BRASIL. Ministério da Educação e do Desporto. **Parâmetros Curriculares Nacionais-Matemática 5ª a 8ª série**. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares do Ensino Médio: ciências da natureza, matemática e suas tecnologias**. Brasília: MEC/Semtec, 1999.

BRASIL, Ministério da Educação. Secretaria da Educação Média e Tecnológica. **PCN+ Ensino Médio: orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília: MEC/Semtec, 2002.

CARAÇA, B. J. **Conceitos Fundamentais da Matemática**. Edição revisada por Paulo Almeida. 5ª ed. Gradiva, 2003.

ONUCHIC, L. R.; ALLEVATO, N. S. G. **As diferentes “personalidades” do Número Racional trabalhadas através da Resolução de Problemas**. Bolema. Rio Claro, Ano 21, Edição n. 31, p. 79-102, 2008.

PENTEADO, C. B. **Concepções do Professor do Ensino Médio relativas à densidade do conjunto dos números reais e suas reações frente a procedimentos para a abordagem desta propriedade**. Dissertação de Mestrado. PUC-SP. 2004.

PENTEADO, C. B.; SILVA B. A. **Fundamentos dos números reais: concepções de professores e viabilidade de início do estudo da densidade no ensino médio**. Educação Matemática Pesquisa. São Paulo. V. 11. N. 2. 2009.

SOARES, M. A. S. **Os números racionais e os registros de representação semiótica: análise de planejamentos das séries finais do ensino fundamental**. Dissertação de mestrado, Unijuí, 2007.