

ISSN 2316-7785

## **O ENSINO E APRENDIZAGEM DA GEOMETRIA ANALÍTICA: UMA ABORDAGEM COM O USO DO SOFTWARE GRAFEQ**

Fabício Fernando Halberstadt  
Universidade Federal de Santa Maria  
ffhmatematica@gmail.com

Leandra Anversa Fioreze  
Universidade Federal de Santa Maria  
leandra.fioreze@gmail.com

### **Resumo**

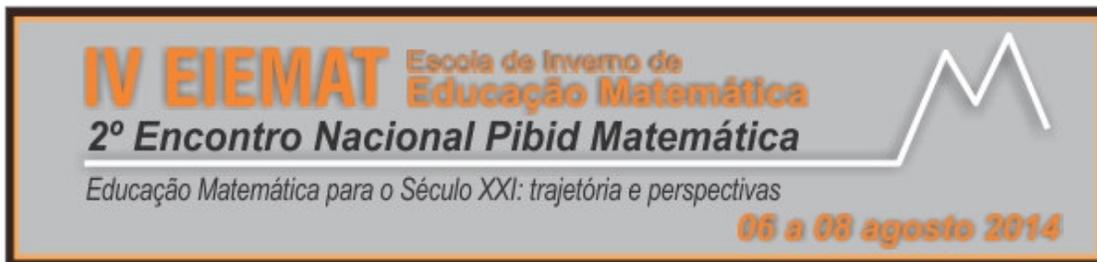
Tem-se como objetivo apresentar atividades que conduzam à exploração semiótica do adware Grafeq no conteúdo Geometria Analítica, mais especificamente aos conceitos de reta e circunferência, com o intuito de propiciar a coordenação entre os registros de representação gráfico e algébrico. Nesse sentido, toma-se como referencial teórico os registros de representação semiótica de Raymond Duval. Dessa forma, espera-se que o Grafeq seja uma ferramenta para o pensamento, ou seja, que permita a exteriorização, a diversificação e a ampliação de pensamentos. Ao longo das atividades, além de proporcionar uma instrumentalização sobre o adware, pretende-se desenvolver um ambiente provocativo e reflexivo sobre a prática pedagógica, em especial no que se refere à utilização desse recurso em sala de aula de matemática e, portanto, contribuir para a formação dos participantes.

**Palavras-chave:** Adware Grafeq; Reta; Circunferência; Representação Semiótica.

### **1.Introdução**

Ao lecionar conteúdos sobre Cálculo Vetorial, observou-se que os alunos apresentam dificuldade em compreender e manipular objetos da Geometria Analítica (tais como retas, circunferências, elipses). A dificuldade era maior quando necessitavam estabelecer relações entre suas representações gráfica e algébrica, e vice-versa.

Com isso em mente, a presente proposta de minicurso surge em meio a uma pesquisa sobre a compreensão da Geometria Analítica do Ensino Médio que será tema da dissertação de mestrado do primeiro autor sob a orientação da segunda autora deste



trabalho. Neste minicurso, trata-se sobre o uso do software Grafeq no ensino da Geometria Analítica, especialmente no que se refere à compreensão dos conceitos de reta e circunferência.

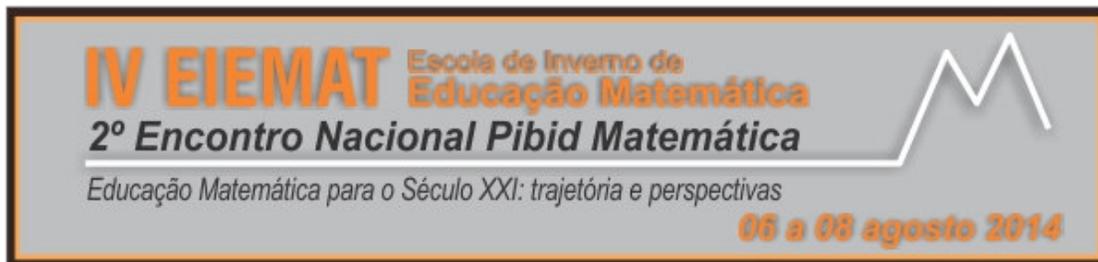
Discutir-se-á sobre o papel central das representações semióticas no processo de compreensão de conceitos matemáticos. As representações semióticas assumem essa importância porque os objetos matemáticos são abstratos, apenas existem por meio de seus registros de representação. Além disso, são muitos os registros de representação, na Geometria Analítica, por exemplo, existem os registros algébricos, geométricos e a língua natural.

No item seguinte, apresenta-se uma visão sobre o uso das Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC). Pensa-se que o uso delas em sala de aula de matemática, em particular o computador, não pode consistir em uma mera reprodução das práticas do ensino tradicional. Devido às experimentações proporcionadas, o computador pode contribuir para mobilizar o aluno a envolver-se nas atividades escolares.

Considerando a necessidade de converter os registros de representação algébrico e gráfico, apresenta-se o Grafeq, o qual possibilita plotar equações, inequações ou famílias delas. Uma característica desse adware é a possibilidade de realizar diversos experimentos simultâneos. Os parâmetros algébricos podem ser sucessivamente editados e testados e, ao mesmo tempo, as implicações gráficas são visualizadas em outra janela gráfica. Nessa perspectiva, espera-se que o Grafeq seja uma ferramenta para o pensamento.

## **2. Teoria das Representações Semióticas**

Os estudos de Raymond Duval alertam para a importância das representações semióticas na aprendizagem da matemática. Neste trabalho, estaremos interessados nas representações da Geometria Analítica do Ensino Médio, mais especificamente no estudo dos processos que são necessários para a compreensão de alguns de seus conceitos e propriedades. Nesse sentido, uma pergunta vem à tona: será esta uma questão de apenas identificar a melhor forma de representação semiótica? Ou seja, identificar qual



representação possui as melhores características capazes de conduzir à compreensão desses conceitos e propriedades?

Adiantar-se-á a resposta para essa questão: não. Para Duval (2003) a compreensão ocorre a partir da coordenação das diversas representações semióticas de um mesmo objeto matemático. Ao analisar as dificuldades que os alunos geralmente encontram na compreensão de conceitos e resultados da matemática, Duval (2003) escreve que é necessária uma abordagem cognitiva para esse problema.

Segundo Duval (2003), há duas peculiaridades no processo de compreensão dos conceitos matemáticos em relação aos conhecimentos das demais áreas, a saber:

- Importância primordial das representações semióticas: ao se observar a história do desenvolvimento da matemática, verifica-se que está intimamente ligado às representações semióticas escolhidas. Além disso, os objetos, números, conceitos e resultados da matemática não são diretamente perceptíveis, passam a existir por meio de suas representações semióticas.
- A grande variedade de representações utilizadas em matemática: existem diferentes tipos de registros de representações na matemática como, por exemplo, os números, a escrita algébrica, os desenhos geométricos, os gráficos, a língua natural (que é diferente da linguagem corrente).

Conforme Duval (2003) há dois tipos de transformações de representações semióticas – os tratamentos e as conversões. O tratamento refere-se à transformação que permanece num mesmo sistema de representação como, por exemplo, ao resolver a equação  $2x - 8 = 4$ , adotar apenas procedimentos algébricos.

$$2x - 8 = 4$$

$$2x = 4 + 8$$

$$2x = 12$$

$$x = \frac{12}{2}$$

$$x = 6$$

Na conversão há a passagem de um registro de representação para outro, mas conservando o mesmo objeto matemático. Pode ser observada na transposição da representação geométrica de uma reta para a sua representação algébrica ou vice-versa.

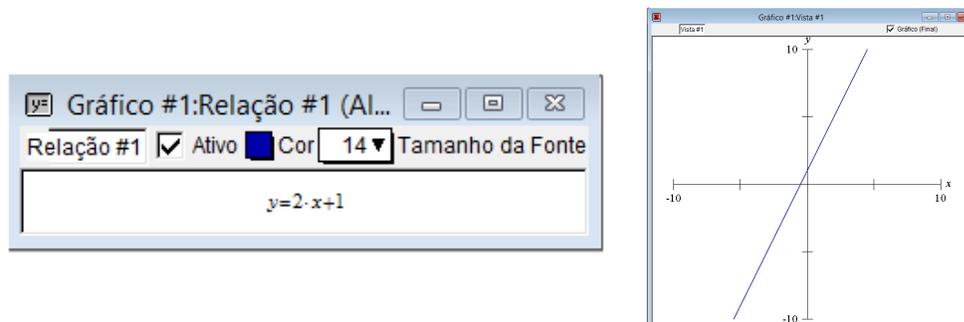
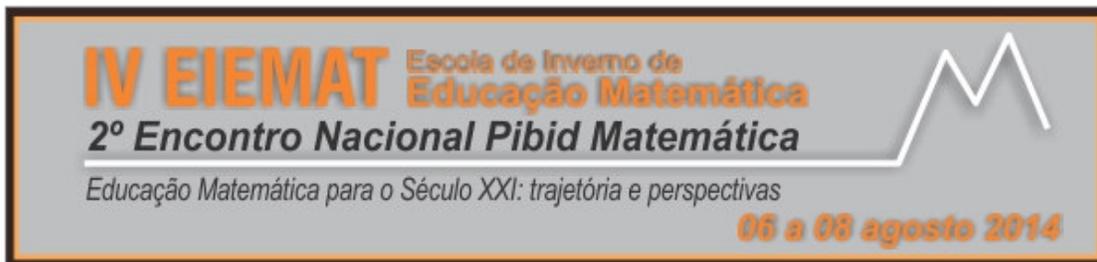


Figura 1 - Conversão dos registros algébrico e geométrico de uma função afim

A conversão não deve ser tomada como uma simples tradução de um sistema em outro. No caso das representações semióticas de um conceito da Geometria Analítica, é necessária uma abordagem que permita realizar experimentos com os gráficos para compreender as relações algébricas e vice-versa.

Há, por trás da aplicação de uma regra de codificação para passar de uma equação a um gráfico cartesiano, a necessária articulação entre as variáveis cognitivas que são específicas do funcionamento de cada um dos dois registros. Pois são essas variáveis que permitem determinar quais as unidades de significado pertinentes, que devem ser levadas em consideração, em cada um dos registros de representação. A conversão das representações, quaisquer que sejam os registros considerados, é irreduzível a um tratamento. DUVAL (2003, p. 17).

Nessa perspectiva, Duval (2003) afirma que o sucesso dos alunos em matemática, muitas vezes, restringe-se apenas aos monorregistros, ou seja, quando adotam apenas transformações de tratamento aos objetos matemáticos. Com isso em mente, afirma-se que “É a articulação dos registros que constitui uma condição de acesso à compreensão em matemática, e não o inverso, qual seja o “enclausuramento” de cada registro” (DUVAL, 2003, p. 22).



Não se pode confundir um objeto com as suas representações e, portanto, a mudança de registro é necessária para a sua compreensão. A única forma de acessar os objetos matemáticos é por meio de suas representações semióticas. Em outras palavras, os objetos matemáticos apenas existem devido às suas representações. A partir disso, Duval (2003) pergunta como é possível não confundir um objeto matemático com sua representação se somente temos acesso a ele por meio de suas representações?

A conversão não se esgota em mudar de registro de representação semiótica. Diferentes registros de um objeto matemático podem evidenciar propriedades ou aspectos desse mesmo objeto, ou seja, as representações semióticas de um mesmo objeto não possuem o mesmo conteúdo. Daí a necessidade de haver a coordenação de ao menos dois tipos de registros de representações semióticas para que os objetos matemáticos não se confundam com as próprias representações.

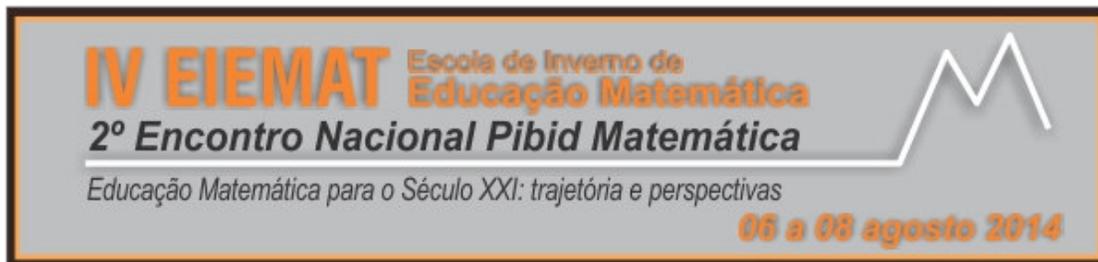
### **3. TIC e Educação Matemática**

As Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC) consistem em uma linha de pesquisa que vem crescendo no âmbito de sua aplicação à educação. Vivemos em um mundo altamente tecnológico, em especial no que se refere ao uso do computador e da rede mundial de computadores – Internet. Com o desenvolvimento das TIC nas últimas décadas, intensificaram-se os estudos do seu uso na educação.

Com isso em mente, algumas questões se estabelecem ao considerar a realidade educacional atual. Qual o papel que as TIC podem desempenhar na compreensão de objetos matemáticos? Por que usar TIC nas aulas de matemática? Quais suas possíveis contribuições?

#### **3.1 As TIC na sala de aula de matemática**

A escola e os grandes avanços tecnológicos parecem caminhar para uma dicotomia cada vez mais visível nos dias atuais. Enquanto vivenciamos grandes feitos tecnológicos da humanidade, especialmente nas últimas décadas com a invenção e difusão da informática,



para Valente (1999) o ensino atual ainda é muito semelhante ao do que ocorria na Idade Média. Grande parte das atividades escolares que são propostas aos alunos está distante das suas expectativas, não estão relacionadas ao mundo fora da sala de aula. Esse é, muitas vezes, um dos motivos do desinteresse dos alunos em relação à matemática. Fora da escola, a rotina dos alunos pode conter jogos, esportes, acesso e utilização de redes sociais, acesso às informações de modo instantâneo através da Internet.

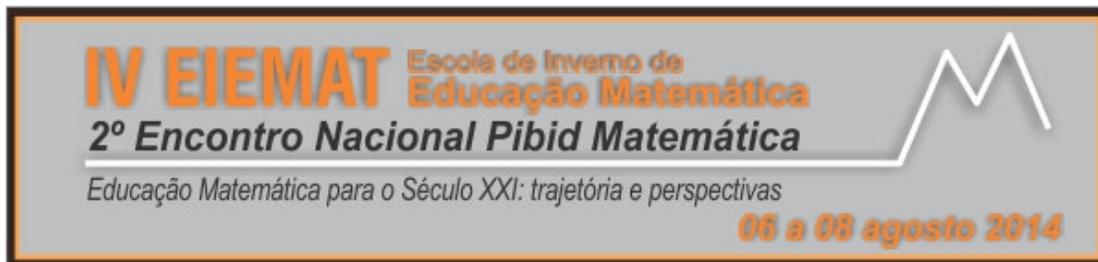
D'Ambrósio (1996) menciona que o rendimento dos alunos está cada vez menor, devido aos alunos enxergarem os conteúdos matemáticos como desinteressantes e ultrapassados. Esse cenário é preocupante, pois o envolvimento do aluno com a sua aprendizagem é essencial.

Na disciplina de matemática como em qualquer outra disciplina escolar o envolvimento ativo do aluno é uma condição fundamental da aprendizagem. O aluno aprende quando mobiliza os seus recursos cognitivos e afetivos com vista a atingir um objetivo. (PONTE; BROCARDO; OLIVEIRA, 2006, p. 23)

Diversos estudos vêm apontando que a utilização do computador no ensino da matemática pode proporcionar uma melhoria na aprendizagem dos alunos. Não se trata da sua simples utilização por si só, nesse caso o computador está inserido em uma prática diferente do ensino tradicional.

A tecnologia digital coloca à nossa disposição diferentes ferramentas interativas que descortinam na tela do computador objetos dinâmicos e manipuláveis. E isso vem mostrando interessantes reflexos nas pesquisas em Educação Matemática, especialmente naquelas que têm foco nos imbricados processos de aprendizagem e de desenvolvimento cognitivo nos quais aspectos individuais e sociais se fazem presentes. (GRAVINA, BASSO, 2010, p. 13)

O uso do computador deve privilegiar as experimentações e o pensar do aluno, a construção do seu conhecimento, ou seja, o computador pode contribuir para a mobilização do aluno em busca da compreensão dos conceitos matemáticos. Essa nova postura, muito



depende do professor, pois é dele a responsabilidade do método de ensino. Sobre a prática pedagógica, (GRAVINA, BASSO, 2010, p. 12) pontuam que as “rotinas de sala de aula também deveriam incorporar, cada vez mais, as tecnologias, pois elas também influem nas nossas formas de pensar, de aprender, de produzir”.

Nessa perspectiva, entende-se que o uso da tecnologia digital em sala de aula não deve reproduzir as metodologias de ensino tradicional, ou seja, essa questão não se limita à simples instalação de computadores nas escolas.

É necessário repensar a questão da dimensão do espaço e do tempo da escola. A sala de aula deve deixar de ser o lugar das carteiras enfileiradas para se tornar um local em que professor e alunos podem realizar um trabalho diversificado em relação ao conhecimento. (VALENTE, 1999, p. 8).

No caso do presente trabalho, espera-se com o minicurso proporcionar aos participantes um ambiente de discussão de possibilidades de uso do software Grafeq no ensino da Geometria Analítica. Parte-se do pressuposto que professor e computador não consistem em simples fontes de repasse de informações aos participantes. Na verdade, busca-se que o computador seja uma ferramenta para o pensamento ao possibilitar diferentes experimentações ao participante.

### 3.2 O *adware* Grafeq

O Grafeq<sup>1</sup> é um programa computacional desenvolvido pela empresa canadense Pedagoguery Software Inc., com os direitos registrados em nome de Greg Kochaniak. Possibilita construir funções, equações e inequações. Sua interface é bastante intuitiva, não possui uma grande variedade de recursos, isso, porém, não limita o trabalho que se pretende desenvolver. Um dos motivos que justifica a sua escolha é a possibilidade de plotar

---

<sup>1</sup> O download do Grafeq pode ser feito partir do site <http://www.peda.com/grafeq/>.

inequações ou famílias delas delimitando uma determinada região e, além disso, existe o interessante atrativo visual de preencher de cores diversas essas regiões.

Outra característica do *adware* para o presente trabalho é a simultaneidade de experimentações que se pode fazer entre os registros algébricos e geométricos dos objetos matemáticos plotados, pois permanecem na janela principal do programa tanto a janela com o registro algébrico (1) como a janela com o registro geométrica (2).

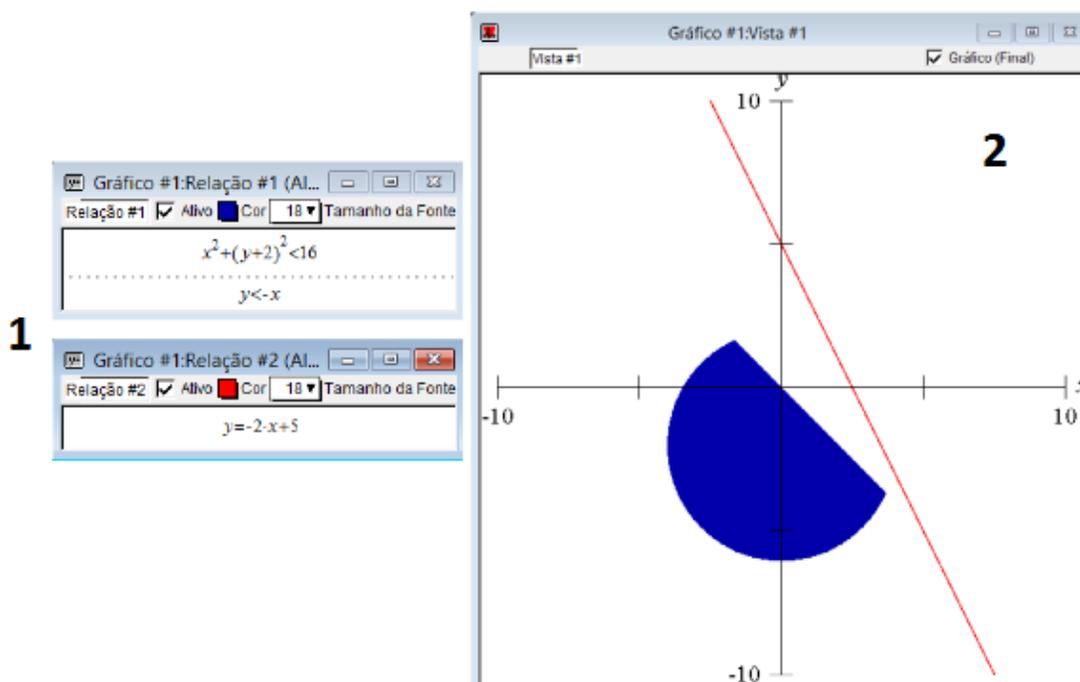


Figura 2 – As janelas algébrica e geométrica do GraFaq

Outra característica importante do *adware* é a possibilidade de gerar diversas curvas com a variação de seus parâmetros algébricos. Por exemplo, a família de circunferências abaixo é originada a partir de uma única relação.

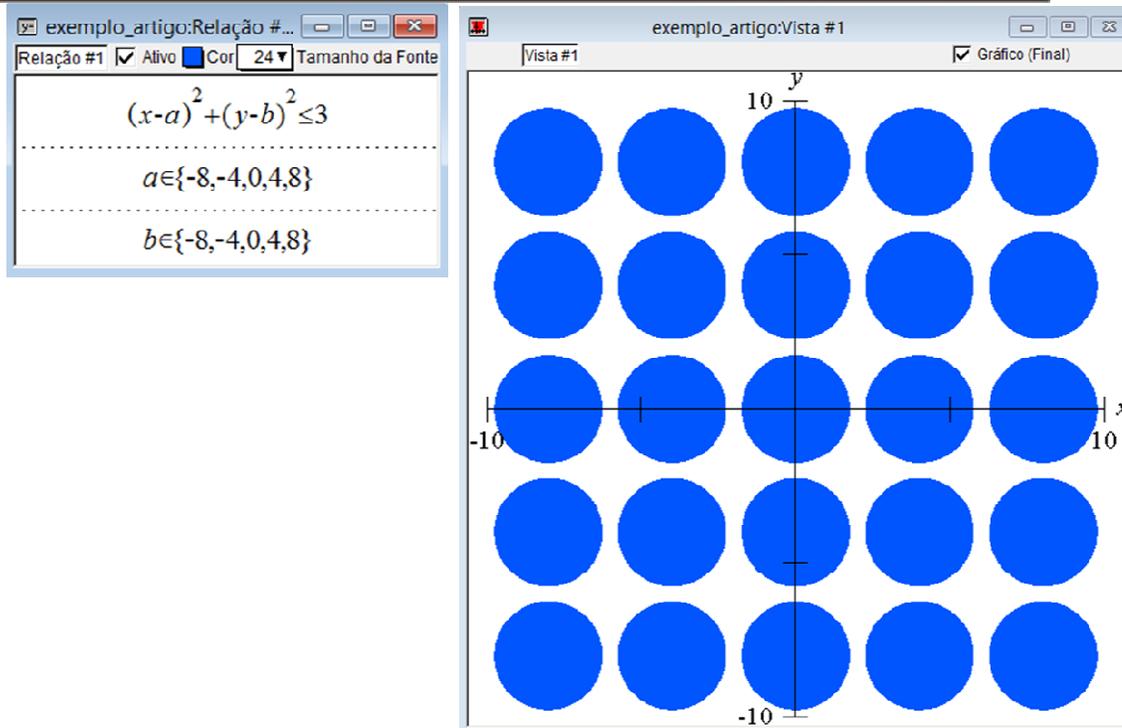
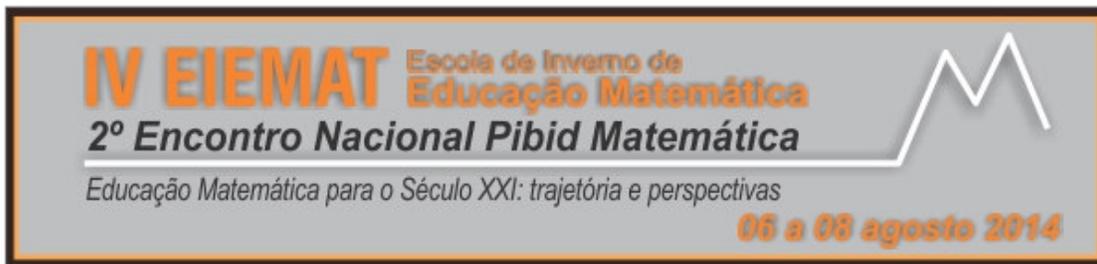


Figura 3 – Família de circunferências construídas no Grafeq

Essas são algumas das características do software que conduzem a acreditar que a utilização dessa ferramenta tecnológica pode propiciar situações diferentes das habituais e propícias para o processo de ensino e aprendizagem da Geometria Analítica.

[...] a utilização do potencial de um software depende muito do entendimento que se tem das representações semióticas que nele se tem a disposição. Sem este domínio, torna-se difícil para o professor projetar atividades de forma tal que o software provoque o desenvolvimento de esquemas de uso que realmente façam diferença no processo de aprendizagem da Matemática. (NOTARE, GRAVINA, 2013, p. 13).

Ainda em relação ao exemplo anterior, essa atividade poderia ser realizada construindo cada circunferência separadamente, o que a tornaria bastante repetitiva. Parafraseando Notare e Gravina (2013) a riqueza matemática nesta atividade não está no número de elementos, mas no raciocínio generalizador presente na janela algébrica.



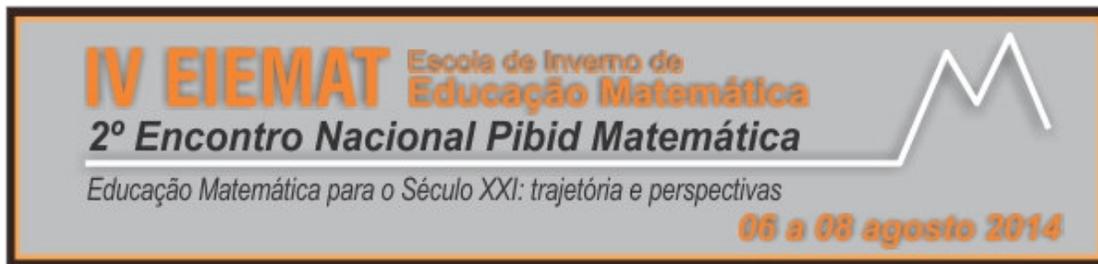
Nessa perspectiva, a presente proposta não se resume a uma simples instrumentalização ao software. Pretende-se realizar uma discussão mais ampla sobre o seu potencial semiótico para a aprendizagem dos conceitos de reta e circunferência na Geometria Analítica.

#### **4. Considerações Finais**

Este artigo apresenta uma proposta de minicurso sobre o uso do adware Grafeq no ensino e aprendizagem dos conceitos de reta e circunferência. Ao longo do texto, verifica-se a importância das representações semióticas na compreensão dos conceitos matemáticos, em especial da Geometria Analítica. É a partir desse pressuposto teórico que se acredita que as TIC podem contribuir para o processo de ensino e aprendizagem da matemática quando permeiam atividades que visam um maior envolvimento dos alunos.

Com isso em mente, as atividades realizadas no Grafeq podem contribuir para a aprendizagem dos conceitos da Geometria Analítica à medida que possibilita realizar diversas experimentações no que se refere às transformações entre os seus registros algébrico e geométrico. A coordenação entre dois ou mais tipos é, segundo a Teoria dos Registros de Representação Semiótica, uma condição fundamental para a compreensão dos conceitos matemáticos.

Nessa perspectiva, a presente proposta de minicurso visa contribuir para uma reflexão sobre o ensino da Geometria Analítica aliado ao uso do software Grafeq. Porém, não se limita à sua utilização por si só, o minicurso é planejado e será dinamizado a partir de um olhar teórico sobre o seu potencial semiótico. Pode-se dizer, portanto, que não se trata de uma proposta fechada, isto é, não se pretende fornecer uma sequência didática ideal para utilização em sala de aula. Na verdade, o minicurso consistirá em um espaço de discussão de algumas possibilidades didáticas que podem ser elaboradas com o software.



## 5. Referências

D'AMBRÓSIO, U. **Educação Matemática**: Da teoria à prática. Campinas: Papirus, 1996.

DUVAL, R. Registros de representações semiótica e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In: **Aprendizagem em matemática**: registros de representação semiótica. Organização de Silvia Dias Alcântara Machado, p.11- 33. Campinas, São Paulo: Papirus, 2003.

GRAVINA, M. A; BASSO, M. V. de A. Mídias digitais na Educação Matemática. In: GRAVINA, M. A. et al. (Org.). **Matemática, Mídias Digitais e Didática - tripé para formação de professores de Matemática**. Porto Alegre: UFRGS, [200.]. p.13. Disponível em: [http://www.ufrgs.br/espmat/livros/livro\\_matematica\\_midias\\_didatica\\_completo.pdf](http://www.ufrgs.br/espmat/livros/livro_matematica_midias_didatica_completo.pdf)>. Acesso em: 5 dez. 2013.

NOTARE, M. R.; GRAVINA, M. A. A formação continuada de professores de matemática e a inserção de mídias digitais na escola. In: VI COLÓQUIO DE HISTÓRIA E TECNOLOGIA NO ENSINO DE MATEMÁTICA, 6., 2013, São Carlos. **Anais eletrônicos...** São Carlos: UFSCar, 2013. Disponível em: <[http://htem2013.dm.ufscar.br/anais/artigoscompletos/artigoCompleto\\_OC\\_T1\\_13\\_MarciaNotare\\_MariaAliceGravina\\_versao\\_final.pdf](http://htem2013.dm.ufscar.br/anais/artigoscompletos/artigoCompleto_OC_T1_13_MarciaNotare_MariaAliceGravina_versao_final.pdf)>. Acesso em: 10 mai. 2014.

PONTE, J. P; BROCARD, J; OLIVEIRA, H. **Investigações matemáticas na sala de aula**. 1. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2006.

VALENTE, J. A. de. O Computador na Sociedade do Conhecimento. In: NÚCLEO de Informática Aplicada à Educação. Campinas: UNICAMP, 1999. Disponível em: <<http://www.nied.unicamp.br/oea/pub/livro1/>>. Acesso em: 19 jan. 2014.